Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2006

Problema 1 En una fabricación de dos tipos de joyas, J_1 y J_2, se utiliza oro y platino. Cada joya del tipo J_1 está formada por 3 g de oro y 1 g de platino, y cada joya del tipo J_2 está formada por 2 g de oro y 2 g de platino. Con cada joya del tipo J_1 se obtiene un beneficio de 30 euros, y con cada joya del tipo J_2, de 40 euros. Se dispone de 1.800 g de oro y de 1.000 g de platino. ¿Cuántas joyas de cada tipo se tienen que fabricar para obtener un beneficio máximo?

1. Exprésense la función objetivo y las restricciones del problema.
2. Represéntese gráficamente la región factible y cálculense los vértices de la misma.
3. Resuélvase el problema.

Solución:

Sea x el nº de joyas J_1 e y el nº de joyas J_2.

1.

	J_1	J_2	existencias
oro	3	2	1800
platino	1	2	1000
beneficio	30	40	

La región factible será:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 1800 \\ x + 2y \leq 1000 \\ x > 0, \quad y > 0 \end{cases}$$

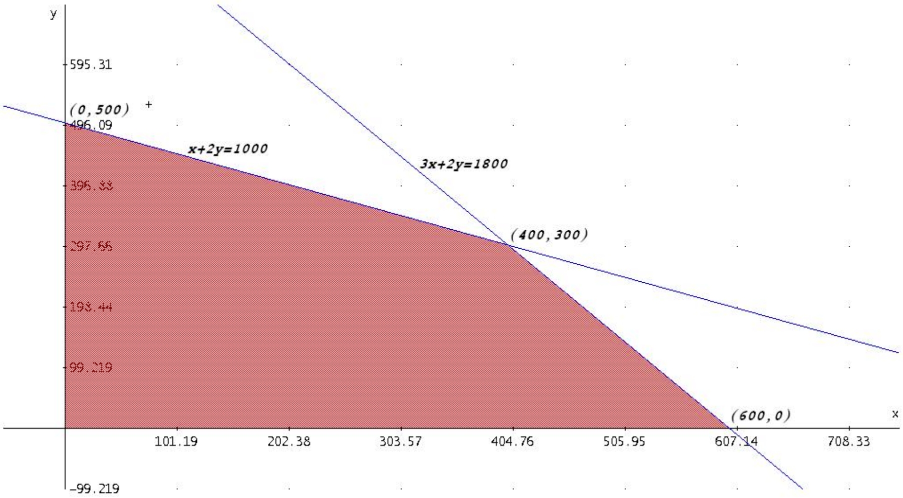
La función objetivo es $z(x, y) = 30x + 40y$

2. Los vértices de la región son:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x + 2y = 1000 \end{cases} \Longrightarrow (0, 500)$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ 3x + 2y = 1800 \end{cases} \Longrightarrow (600, 0)$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1800 \\ x + 2y = 1000 \end{cases} \Longrightarrow (400, 300)$$



3. El valor de la función objetivo en estos puntos es

$$\begin{cases} z(0,500) = 20.000 \\ z(600,0) = 18.000 \\ z(400,300) = 24.000 \text{ máximo} \end{cases}$$

Para obtenr un beneficio máximo habrá que fabricar 400 joyas del tipo J_1 y 300 del tipo J_2 con lo qeu se obtendría un beneficio de 24.000 euros.

Problema 2 Dadas la curva: $y = \dfrac{1}{x^2-1}$, calcule:

1. Corte con los ejes y domino de definición.
2. Asíntotas.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
4. Extremos.
5. Representación aproximada.

Solución:

1.

$$y = \frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{(x+2)(x-2)}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \Longrightarrow$ No hay.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \Longrightarrow\ (0, -1/4)$.

- $Dom(f) = R - \{-2, 2\}$

2. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 2$

$$\lim_{x \longrightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 2^-} \frac{1}{x^2 - 4} = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 2^+} \frac{1}{x^2 - 4} = +\infty$$

En $x = -2$

$$\lim_{x \longrightarrow -2} \frac{1}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow -2^-} \frac{1}{x^2 - 4} = +\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow -2^+} \frac{1}{x^2 - 4} = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{1}{x^2 - 4} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay

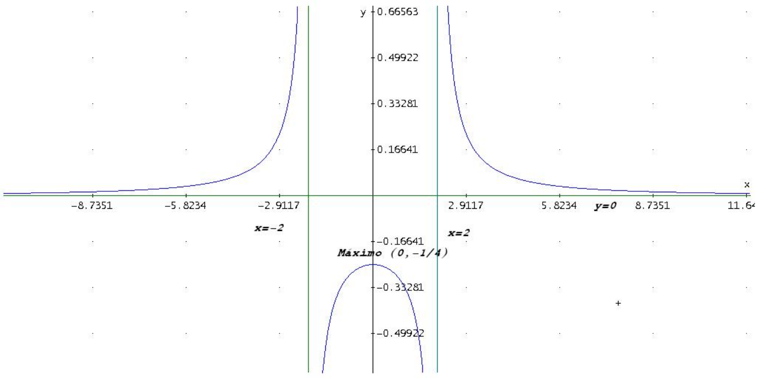
3.

$$y' = \frac{-2x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \Longrightarrow x = 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
y'	$+$	$-$
y	crece	decrece

4. La función tiene un máximo en el punto $(0, -1/4)$, donde la función pasa de ser creciente a ser decreciente.

5. Representación


y
0.66563
0.49922
0.33281
0.16641
x
-8.7351
-5.8234
-2.9117
2.9117
5.8234
y=0
8.7351
x=-2
x=2
-0.16641
Maximo (0,-1/4)
-0.33281
-0.49922