Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2006

Problema 1 En un depósito se almacenan bidones de petróleo y de gasolina. Para poder atender la demanda se han de tener almacenados un mínimo de 10 bidones de petróleo y 20 de gasolina. Siempre debe haber más bidones de gasolina que de petróleo, siendo la capacidad del depósito de 200 bidones. Por razones comerciales, deben mantenerse en inventario al menos 50 bidones. El gasto de almacenaje de un bidón de petróleo es de 20 céntimos y el de uno de gasolina es de 30 céntimos. Se desea saber cuántos bidones de cada clase han de almacenarse para que el gasto de almacenaje sea mínimo.

1. Exprésense la función objetivo y las restricciones del problema.
2. Represéntese gráficamente la región factible y cálculense los vértices de la misma.
3. Resuélvase el problema.

Solución:

Sea x el nº de bidones de petróleo e y el nº de bidones de gasolina.

1. La región factible será:

$$\begin{cases} x \geq 10 \\ y \geq 20 \\ y > x \\ 50 < x + y < 200 \end{cases}$$

La función objetivo es $z(x, y) = 20x + 30y$

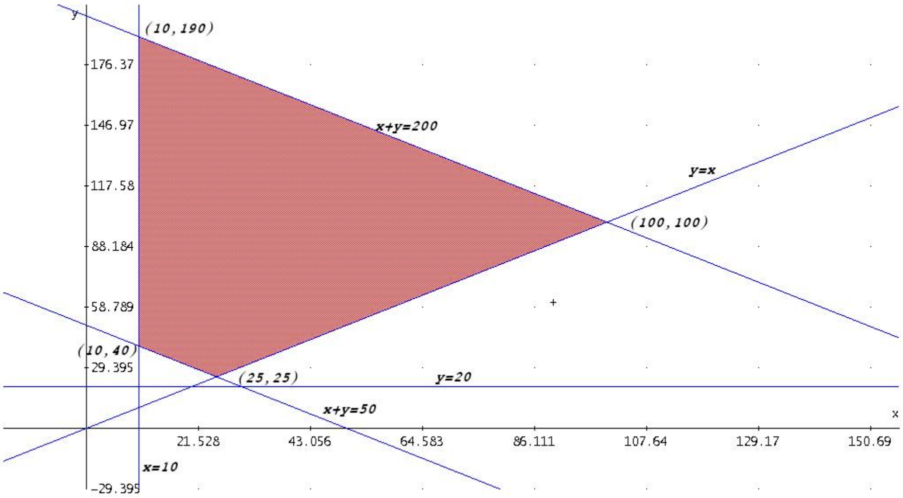
2. Los vértices de la región son:

$$\begin{cases} x = 10 \\ x + y = 200 \end{cases} \Longrightarrow (10, 190)$$

$$\begin{cases} y = x \\ x + y = 200 \end{cases} \Longrightarrow (100, 100)$$

$$\begin{cases} y = x \\ x + y = 50 \end{cases} \Longrightarrow (25, 25)$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ x + y = 50 \end{cases} \Longrightarrow (10, 40)$$



3. El valor de la función objetivo en estos puntos es

$$\begin{cases} z(10,190) = 5.900 \\ z(100,100) = 5.000 \\ z(25,25) = 1.250 \text{ mínimo} \\ z(10,40) = 1.400 \end{cases}$$

Como tiene que haber más bidones de gasolina que de petróleo, no podemos $(25, 25)$, tomamos un punto próximo que cumpla la condición de mínimo.

$$z(25,26) = 1.280$$

Para que el gasto de almacenaje sea mínimo se deberán almacenar 25 bidones de petróleo y 26 bidones de gasolina.

Problema 2 Dadas la curva: $y = \dfrac{x^2-1}{x^2}$, calcule:

1. Corte con los ejes y domino de definición.
2. Asíntotas.
3. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
4. Extremos.
5. Representación aproximada.

Solución:

1.

$$y = \frac{x^2-1}{x^2} = \frac{(x+1)(x-1)}{x}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \Longrightarrow (1, 0)$ y $(-1, 0)$.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \Longrightarrow$ No hay.
- $Dom(f) = R - \{0\}$

2. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 0$

$$\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{x^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 0^-} \frac{x^2 - 1}{x^2} = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 0^+} \frac{x^2 - 1}{x^2} = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 1$

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$$

- **Oblicuas:** No hay

3.

$$y' = \frac{2}{x^3}$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
y'	$-$	$+$
y	decrece	crece

4. La función no tiene ni máximos ni mínimos relativos, ya que la primera derivada no se anula nunca.

5. Representación