Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Febrero 2006

Problema 1 Calcular el área comprendida entre la curva $f(x) = x^2+4x+3$ y el eje X en el intervalo $[-2, 0]$.

Solución:

$$x^2 + 4x + 3 = 0 \Longrightarrow x = -3, \quad x = -1$$

Dentro del intervalo sólo se encuentra el punto $x = -1$ luego tenemos los intervalos de integración: $[-2, -1]$ y $[-1, 0]$.

$$\int (x^2 + 4x + 3)\, dx = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x + C$$

$$I_1 = \int_{-2}^{-1} (x^2 + 4x + 3)\, dx = \left.\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right]_{-2}^{-1} = -\frac{2}{3}$$

$$I_2 = \int_{-1}^{0} (x^2 + 4x + 3)\, dx = \left.\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x\right]_{-1}^{0} = \frac{4}{3}$$

$$S = |I_1| + |I_2| = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2\, u^2$$

Problema 2 Resolver las siguientes integrales:

1. $\displaystyle\int \frac{x^3 + x - 1}{x + 2}\, dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5x - 11 \ln|x + 2| + C$

2. $\displaystyle\int \frac{x^3 + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}}\, dx = \frac{2x^{7/2}}{7} + x + 2\sqrt{x} + C$

Problema 3 Dadas la curva: $y = \dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$, calcule:

1. Corte con los ejes y domino de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Representación aproximada.

Solución:

1.

$$y = \frac{x^2+1}{x-1}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0$ y no hay.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \Longrightarrow (0, -1)$.
- $Dom(f) = R - \{1\}$

2. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 1$

$$\lim_{x \longrightarrow 1} \frac{x^2+1}{x-1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 1^-} \frac{x^2+1}{x-1} = -\infty$$

$$\lim_{x \longrightarrow 1^+} \frac{x^2+1}{x-1} = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x-1} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \longrightarrow \infty} \frac{x^2+1}{x^2-x} = 1$$

$$n = \lim_{x \longrightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x-1} - x \right) = 1$$

$$y = x + 1$$

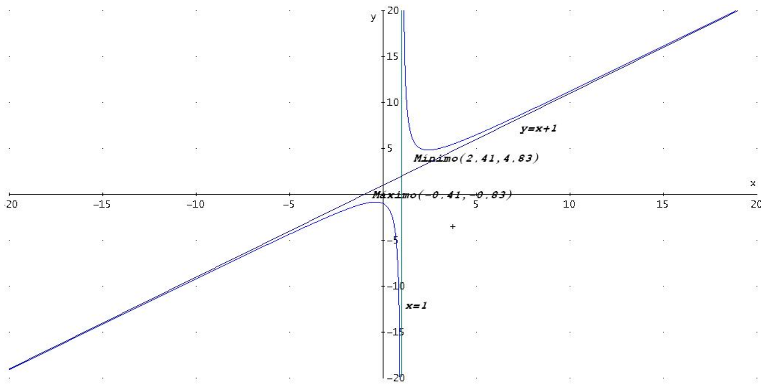
3.

$$y' = \frac{x^2-2x-1}{(x-1)^2} = 0 \Longrightarrow x = 1-\sqrt{2} \quad x = 1+\sqrt{2}$$

	$(-\infty, 1-\sqrt{2})$	$(1-\sqrt{2}, 1+\sqrt{2})$	$(1+\sqrt{2}, +\infty)$
y'	$+$	$-$	$+$
y	crece	decrece	crece

4. La función tiene un máximos en el punto $(-0.41, -0.83)$ y un mínimo en $(2.41, 4.83)$.

5. Representación


y
x
y=x+1
Minimo(2,41,4,83)
Maximo(-0,41,-0,83)
x=1