Examen de Matemáticas 2º de Bachillerato

Abril 2006

Problema 1 Dadas la curva: $f(x) = \dfrac{x^2+2}{x-1}$, calcule:

1. Corte con los ejes y domino de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.
8. Área encerrada entre la función, el eje de abcisas y las rectas $x = 2$ y $x = 4$.

Solución:

1.

$$f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0 \Longrightarrow x^2 + 2 = 0 \Longrightarrow$ No hay .
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \Longrightarrow (0, -2)$.
- $Dom(f) = R - \{1\}$

2. $f(-x) \neq f(x) \Longrightarrow$ No es PAR.

   $f(-x) \neq -f(x) \Longrightarrow$ No es IMPAR.

3. Asíntotas:

   - **Verticales:** $x = 1$

$$\lim_{x\longrightarrow 1} \frac{x^2+2}{x-1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x\longrightarrow 1^-} \frac{x^2+2}{x-1} = \left[\frac{3}{0^-}\right] = -\infty$$

$$\lim_{x\longrightarrow 1^+} \frac{x^2+2}{x-1} = \left[\frac{3}{0^+}\right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^2+2}{x-1} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x\longrightarrow\infty} \frac{x^2+2}{x^2-x} = 1$$

$$n = \lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\frac{x^2+2}{x-1} - x \right) = 1$$

$$y = x + 1$$

4.

$$f'(x) = \frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2} = 0 \Longrightarrow x = 1-\sqrt{3} \quad x = 1+\sqrt{3}$$

	$(-\infty, 1-\sqrt{3})$	$(1-\sqrt{3}, 1+\sqrt{3})$	$(1+\sqrt{3}, +\infty)$
$f'(x)$	$+$	$-$	$+$
$f(x)$	crece	decrece	crece

5. La función tiene un máximos en el punto $(-0.73, -1.46)$ y un mínimo en $(2.73, 5.46)$.
6.

$$y'' = \frac{6}{(x-1)^3} \neq 0$$

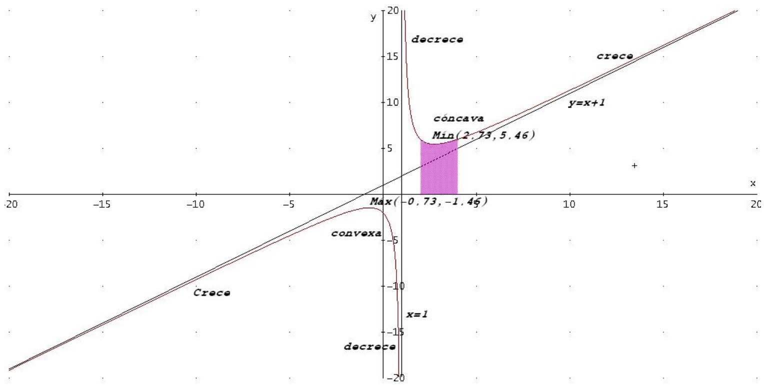
La función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
y''	$-$	$+$
y	convexa	cóncava

7. Representación
8.

$$F(x) = \int \frac{x^2+2}{x-1}\, dx = \int (x+1)\, dx + 3\int \frac{1}{x-1}\, dx = \frac{x^2}{2} + x + 3\ln|x-1| + C$$

$$S = |F(4) - F(2)| = 8 + 3\ln 3 \ u^2$$


decrece
crece
cóncava
y=x+1
Min(2.73,5.46)
Max(-0.73,-1.46)
convexa
Crece
x=1
decrece