Examen de Matemáticas II (Junio 2005) Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos)* Sea $f(x)$ una función derivable en $(0,1)$ y continua en $[0,1]$, tal que $f(1)=0$ y $\int_0^1 2xf'(x)dx = 1$. Utilizar la fórmula de integración por partes para hallar $\int_0^1 f(x)dx$.

Problema 2 *(2 puntos)* Calcular un polinomio de tercer grado $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ sabiendo que verifica:

- tiene un máximo relativo en $x = 1$
- tiene un punto de inflexión en el punto de coordenadas $(0,1)$.
- se verifica que

$$\int_0^1 p(x)dx = \frac{5}{4}$$

Problema 3 *(3 puntos)* Dado el sistema de ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{rrrr} (m-1)x+ & y+ & z= & 3 \\ mx+ & (m-1)y+ & 3z= & 2m-1 \\ x+ & 2y+ & (m-2)z= & 4 \end{array}\right.$$

a) (1,5 punto) Discutirlo según los distintos valores de m.

b) (1,5 puntos) Resolverlo cuando sea compatible indeterminado.

Problema 4 *(3 puntos)* Dado el punto $P(1,3,-1)$, se pide:

a) (1 punto) Escribir la ecuación que deben verificar los puntos $X(x,y,z)$ cuya distancia a P sea igual a 3.

b) (2 puntos) Calcular los puntos de la recta

$$\left\{\begin{array}{rrr} x= & & 3\lambda \\ y= & 1+ & \lambda \\ z= & 1- & 4\lambda \end{array}\right.$$

cuya distancia a P es igual 3.

Examen de Matemáticas II (Junio 2005)
Selectividad-Opción B
Tiempo: 90 minutos

Problema 1 *(2 puntos)*

a) (1 punto) Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x+ & 2y+ & 3z=1 \\ 2x+ & y- & z=2 \end{array}\right.$$

b) (1 punto) Hallar dos constantes α y β de manera que al añadir al sistema anterior una tercera ecuación: $5x+y+\alpha z=\beta$, el sistema resultante sea compatible indeterminado.

Problema 2 *(2 puntos)* Hallar una matriz X tal que:

$$A^{-1}XA=B$$

siendo $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Problema 3 *(3 puntos)* Calcular los siguientes límites

a) (1,5 puntos)
$$\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-\sqrt{x^2-x}\right)$$

b) (1,5 puntos)
$$\lim_{x\longrightarrow\infty} x\left[\arctan\left(e^x\right)-\frac{\pi}{2}\right]$$

Problema 4 *(3 puntos)* Dadas las rectas:

$$r:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-1}{4} \quad s:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{2}$$

a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación de la recta t que corta a las dos y es perpendicular a ambas.

b) (1,5 puntos) Calcular la mínima distancia entre r y s.