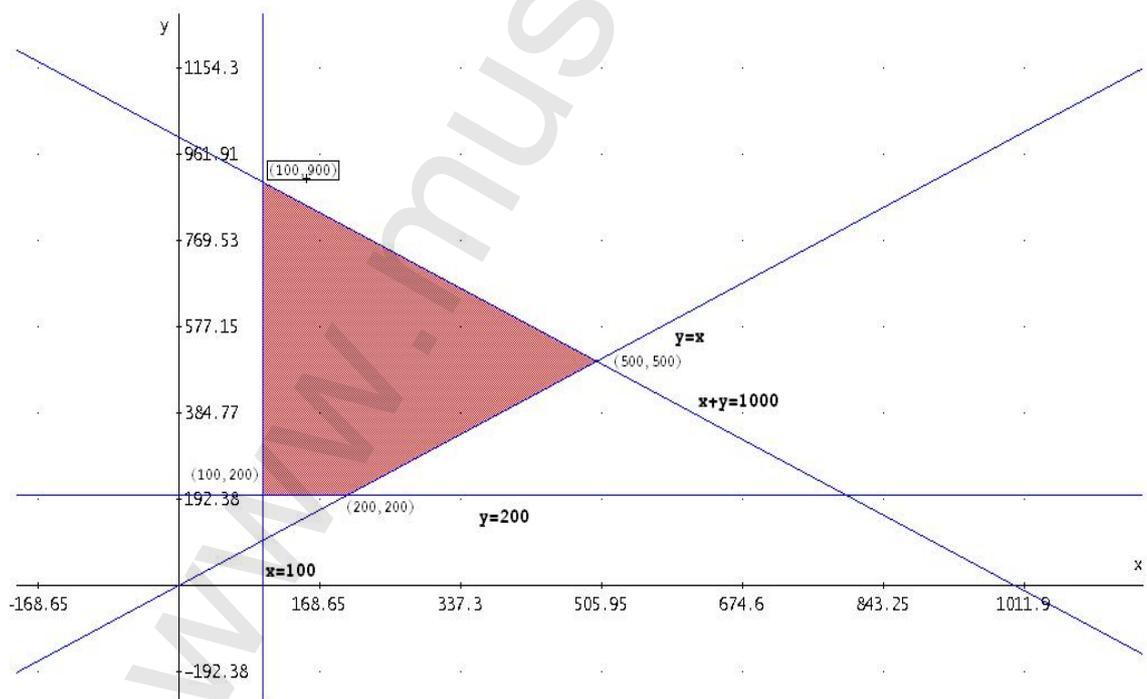


**Examen de Matemáticas Aplicadas a las
CC. Sociales II (Junio 2005)
Selectividad-Opción A
Tiempo: 90 minutos**

Problema 1 (3 puntos) Un mayorista vende productos congelados que presenta en dos envases de dos tamaños: pequeño y grande. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro para cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro para cada envase grande. ¿Qué cantidad de cada tipo de envases proporciona el gasto mínimo de almacenaje?. Obtener dicho mínimo.

Solución: Si llamamos x al número de envases de tamaño pequeño, y llama-



mos y al número de envases de tamaño grande, la función objetivo será: $z(x, y) = 10x + 20y$, que tendremos que minimizar con las restricciones

siguientes:

$$\begin{cases} x + y \leq 1000 \\ x \geq 100 \\ y \geq 200 \\ y \geq x \end{cases}$$

La región factible de encuentra representada en el gráfico anterior.

$$\begin{cases} z(100, 200) = 10 \cdot 100 + 20 \cdot 200 = 5.000 \\ z(200, 200) = 10 \cdot 200 + 20 \cdot 200 = 6.000 \\ z(500, 500) = 10 \cdot 500 + 20 \cdot 500 = 15.000 \\ z(100, 900) = 10 \cdot 100 + 20 \cdot 900 = 19.000 \end{cases}$$

El mínimo gasto de almacenaje corresponde a 100 envases pequeños y 200 grandes y sería de 5.000 centimos de euro.

Problema 2 (3 puntos)

1. Hallar la ecuación de una recta tangente a la gráfica de $f(x) = e^{2-x}$ en el punto donde ésta corta al eje de ordenadas.
2. Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 4x$, el eje OX y las rectas $x = -1$, $x = 4$.

Solución:

1. Primero calculamos el punto de corte con el eje OY (de ordenadas), y para eso hacemos $x = 0 \implies f(0) = e^2 \implies (0, e^2)$.

Ahora calculamos la pendiente de la recta

$$f'(x) = -e^{2-x}, \quad m = f'(0) = -e^2$$

La recta será

$$y - e^2 = -e^2x \implies e^2x + y - e^2 = 0$$

2. Primero tenemos que comprobar si la gráfica de esta función corta al eje de abscisas en el intervalo $[-1, 4]$, para ello hacemos $f(x) = 0 \implies x^2 - 4x = 0 \implies x = 0, x = 4$. Esto quiere decir que, tenemos un punto de corte en ese intervalo en $x = 0$. Calculamos:

$$\int_{-1}^0 (x^2 - 4x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_{-1}^0 = \frac{7}{3}$$

$$\int_0^4 (x^2 - 4x) dx = \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 \right]_0^4 = -\frac{32}{3}$$

El área pedida será:

$$S = \left| \frac{7}{3} \right| + \left| -\frac{32}{3} \right| = 13u^2$$

Problema 3 (2 puntos) En un experimento aleatorio consistente en lanzar simultáneamente tres dados equilibrados de seis caras, se pide calcular la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos: "Obtener tres unos", "Obtener al menos un dos", "Obtener tres números distintos" y "Obtener una suma de cuatro".

Solución:

$$1. P(111) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = 0,00463$$

$$2. P(\text{algún } 2) = 1 - P(\text{ningún } 2) = 1 - P(\overline{222}) = 1 - \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}\right) = 0,4213$$

$$3. P(3 \text{ distintos}) = 1 - P(3 \text{ iguales}) = 1 - 6P(111) = 0,972$$

$$4. P(\text{suma} = 4) = P(211) + P(121) + P(112) = 3P(211) = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = 0,0139$$

Problema 4 (2 puntos) Para una población $N(\mu, \sigma = 25)$, ¿qué tamaño muestral mínimo es necesario para estimar μ mediante un intervalo de confianza, con un error menor o igual que 5 unidades, y con una probabilidad mayor o igual que 0,95?

Solución:

$$1 - \alpha = 0,95 \implies \frac{\alpha}{2} = 0,025 \implies P(z \leq z_{\alpha/2}) = 0,975 \implies z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$$

$$E = z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \implies 5 = 1,96 \frac{25}{\sqrt{n}} \implies \sqrt{n} = \frac{1,96 \cdot 25}{5} \implies n = 96,04$$

Luego $n = 97$.