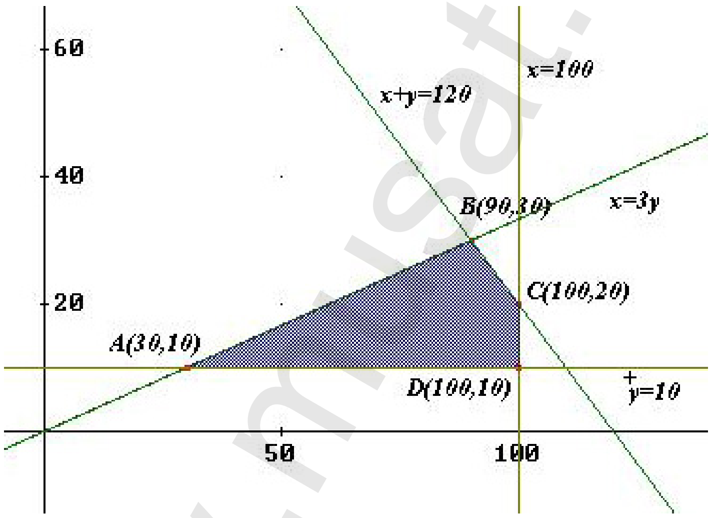
# Problemas de Programación Lineal (Matemáticas 2º)

**Problema 1** Sea el sistema de inecuaciones siguiente: $x + y \leq 120$; $3y \leq x$; $x \leq 100$; $y \geq 10$.

1. Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
2. ¿En qué punto de sta región, $F(x, y) = 25x + 20y$ alcanza el máximo?

**Solución:**

1. La región factible tiene la siguiente representación gráfica: Donde $A$




es la intersección de las rectas:

$$\begin{cases} y = 10 \\ x = 3y \end{cases} \Longrightarrow A(30, 10)$$

Donde $B$ es la intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x = 3y \\ x + y = 120 \end{cases} \Longrightarrow B(90, 30)$$

Donde $C$ es la intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x = 100 \\ x + y = 120 \end{cases} \Longrightarrow C(100, 20)$$

Donde $D$ es la intersección de las rectas:

$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 10 \end{cases} \Longrightarrow D(100, 10)$$

2. En estos puntos la función objetivo toma los siguientes valores:

$$F(A) = 950; \ F(B) = 2850; \ F(C) = 2900; \ F(D) = 2700$$

El punto donde la función alcanza el máximo es $C(100, 20)$.

**Problema 2** En una pequeña empresa se fabrican sólo dos tipos de aparatos, $A$ y $B$. Como máximo pueden fabricarse 3 aparatos de cada tipo y, obligatorimente, al menos uno del tipo $B$. Se quieren obtener unas ventas superiores a 600 euros, teniendo en cuenta que los precios a los que vende los artículos $A$ y $B$ son 300 y 100 euros, respectivamente.

Hallar todas las posibilidades de fabricación.

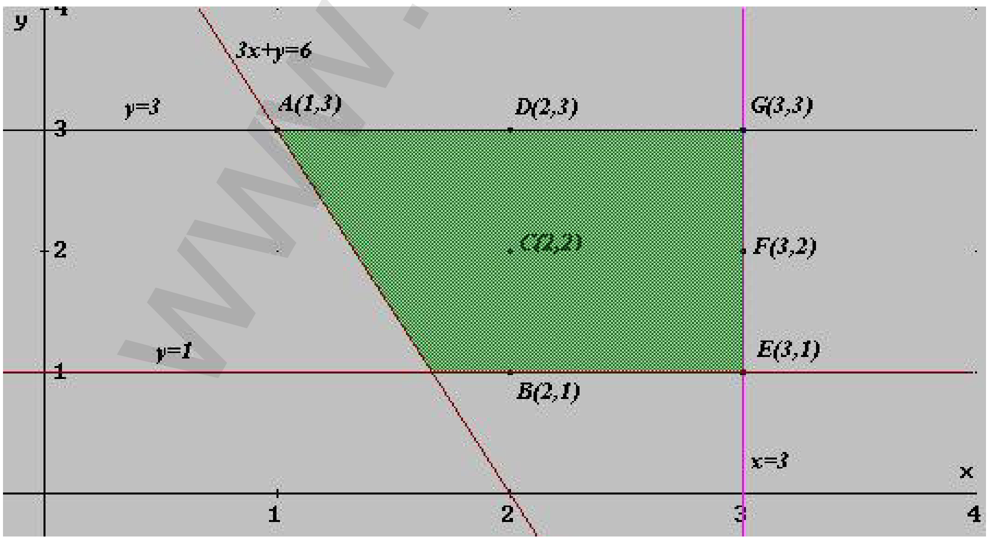
**Solución:**

Sea $x$ el nº de aparatos de tipo $A$.

Sea $y$ el nº de aparatos de tipo $B$.

Calculemos la región factible:

$x \leq 3$
$1 \leq y \leq 3$
$300x + 100y > 600 \Longleftrightarrow 3x + y > 6$
Su representación gráfica es la siguiente:




Las posibilidades de fabricación son los puntos que se encuentran en esta región incluidos sus bordes, las coordenadas tienen que estar formadas sólo por números naturales, es decir, los puntos señalados en la figura.

El resumen lo podemos poner en forma de tabla:

| Unidades A | Unidades B |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 1,2,3 |
| 3 | 1,2,3 |

**Problema 3** En el último Salón del automóvil celebrado en España, un pequeño fabricante presento sus modelos Caaper (precio por unidad: 16000 euros) y Ena (precio por unidad: 15000 euros). El coste de producción por unidad es, respectivamente, 10400 y 9750 euros. Para la fabricación de una unidad del primer modelo se necesitan 3 m$^2$ de un determinado producto textil 7,5 kg de pintura, mientras que para el segundo se necesitan 4m$^2$ y 7 kg, respectivamente. Mensualmente existe en el almacen 96m$^2$ de producto textil y 195 kg de pintura.

1. Representa la región factible.

2. Halla cuántas unidades de cada modelo interesa fafricar mensualmente para que las ventas de las mismas produzcan el máximo beneficio.

3. Calcula dicho beneficio.

**Solución:**

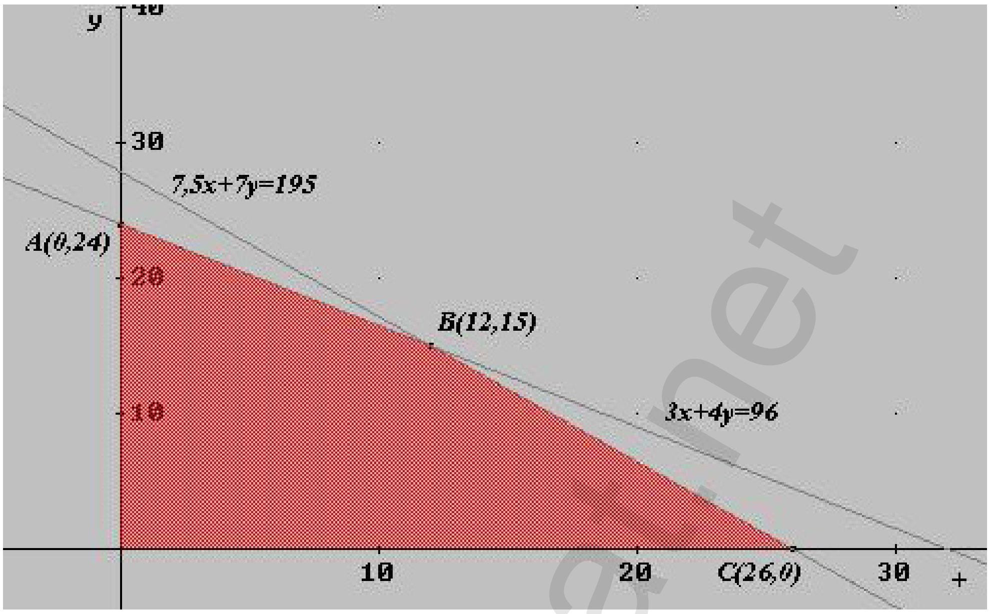
1. LLamamos $x$ al n$^o$ de coches vendido modelo Caaper
   LLamamos $y$ al n$^o$ de coches vendido modelo Ena

   | | Caaper | Ena | Existencias |
   |---|---|---|---|
   | tela | 3 | 4 | 96 |
   | pintura | 7,5 | 7 | 195 |

   El conjunto de restricciones será el siguiente:
   $3x + 4y \leq 96$
   $7,5x + 7y \leq 195$
   $x \geq 0,\ y \geq 0.$
   La función objetivo es $F(x, y) = 5600x + 5250y$.

   Como se ve en la figura obtenemos los puntos $A$ como intersección de las rectas $x = 0$ y $3x+4y = 96$; el $B$ como intersección de las rectas $3x + 4y = 96$ y $7,5x + 7y = 195$; el $C$ como intersección de las rectas $7,5x + 7y = 195$ y $y = 0$. Estos puntos son:

   $$A(0, 24),\ \ B(12, 15),\ \ C(26, 0)$$




2. El beneficio máximo se obtendrá en uno de estos puntos:

   $F(0, 24) = 5600 \cdot 0 + 5250 \cdot 24 = 126000$

   $F(12, 15) = 5600 \cdot 12 + 5250 \cdot 15 = 145950$

   $F(26, 0) = 5600 \cdot 26 + 5250 \cdot 0 = 145600$

   Luego para que el beneficio sea máximo, tendrá que fabricar 12 unidades del modelo Caaper y 15 del Ena.

3. El beneficio máximo es de 145950 euros.

**Problema 4** Se considera la región factible dada por el siguiente conjunto de restricciones:

$$x + y \leq 5$$

$$x + 3y \geq 9$$

$$x \geq 0; \;\; y \geq 0$$

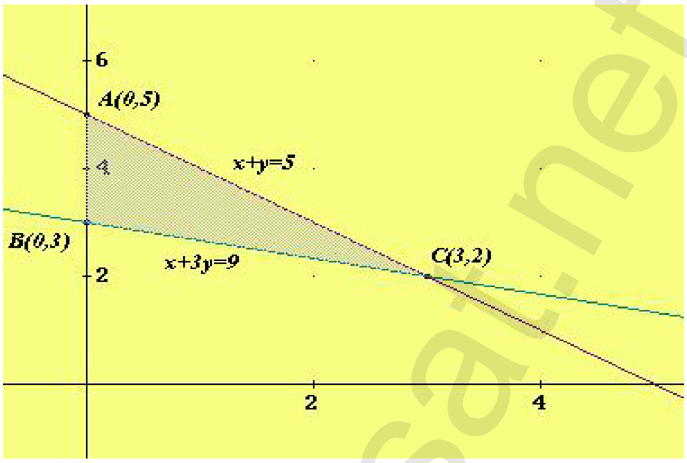
Representar la región factible que determina el sistema de ecuaciones anterior y hallar de forma razonada el punto o puntos de la región factible las siguientes funciones alcanzan su máximo o su mínimo:

1. $f(x, y) = 2x + 3y$

2. $f(x,y) = y - x$

**Solución:**

Dibujamos el recinto:




1. Como la región está acotada, la función alcanza el máximo y el mínimo en alguno de los vértices de la región:

   Si $f(x,y) = 2x + 3y$ tendríamos:

   $f(0,5) = 15$
   $f(0,3) = 9$
   $f(3,2) = 12$

   Luego la función $f(x,y)$ alcanza un máximo en el punto $(0,5)$ y un mínimo en el punto $(0,3)$.

2. Como la región está acotada, la función alcanza el máximo y el mínimo en alguno de los vértices de la región:

   Si $f(x,y) = y - x$ tendríamos:

   $f(0,5) = 5$
   $f(0,3) = 3$
   $f(3,2) = -1$

   Luego la función $f(x,y)$ alcanza un máximo en el punto $(0,5)$ y un mínimo en el punto $(3,2)$.