

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2004)
Selectividad-Opción A

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos).

- a) (1 punto). Calcular el límite de la sucesión cuyo término general es $\left(\frac{3n-1}{3n}\right)^{2n}$.
- b) (1 punto). Sean las funciones $F(x) = \int_1^x \sqrt{5+e^{t^4}} dt$, $g(x) = x^2$. Calcular $(F(g(x)))'$.

Problema 2 (2 puntos). Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x^2 - x} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- a) (1 punto). Determinar su dominio, y calcular los límites laterales cuando $x \rightarrow 1$.
- b) (1 punto). Estudiar su continuidad, y hallar el valor de a para el que f es continua en $x = 0$.

Problema 3 (3 puntos). Discutir según los valores del parámetro λ , y resolver en los casos que sea posible el sistema:

$$\begin{cases} 6x + 4y + 2\lambda z = 2 \\ \lambda x + y - z = 2 \\ 5x + 3y + 3z = 2\lambda \end{cases}$$

Problema 4 (3 puntos) Dado el plano $\pi : x + y + az + 1 = 0$ y las rectas

$$r : \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad r' : \begin{cases} x = 2 \\ y = 2t \\ z = t \end{cases} \quad r'' : \begin{cases} x = 3 \\ y = 3t \\ z = t \end{cases}$$

Se pide:

- a) Calcular el valor de a para que los puntos de corte del plano π con las rectas r , r' y r'' estén alineados (1,5 puntos).
- b) Calcular las ecuaciones de la recta que pasa por esos tres puntos (0,75 puntos).
- c) Calcular la distancia de dicha recta al origen (0,75 puntos).

Examen de Matemáticas II (Coordinador 2004)
Selectividad-Opción B

Tiempo: 90 minutos

Problema 1 (2 puntos). Se consideran las rectas

$$r : \begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - z + 1 = 0 \end{cases} \quad s : \begin{cases} 2x - z + 2 = 0 \\ 2y - mz = 6 \end{cases}$$

- a) Hallar el valor de m para que r y s sean paralelas.
- b) Para el valor de m obtenido en el apartado anterior, determinar la ecuación del plano que contiene las rectas r y s .

Problema 2 (2 puntos) Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $P(3, -1, 0)$ y corta perpendicularmente a la recta

$$r : \begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 4 + \lambda \\ z = 5 + 3\lambda \end{cases}$$

Problema 3 (3 puntos) Se considera la función :

$$f(x) = \frac{1}{1 + (\sin x)^2}$$

Se pide:

- a) (1 punto). Calcular sus puntos críticos en el intervalo abierto $(-\pi, \pi)$.
- b) (1 punto). Calcular los extremos relativos y/o absolutos de la función $f(x)$ en el intervalo cerrado $[-\pi, \pi]$.
- c) (1 punto). Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en el punto $(\pi/4, f(\pi/4))$.

Problema 4 (3 puntos). Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 3y - az = 4 \\ x + ay + z = 2 \\ x + 4y - 5z = 6 \end{cases}$$

Se pide:

- a) (2 punto). Discutir el sistema según los diferentes valores del parámetro a .
- b) (1 punto). Resolver el sistema en el caso de que tenga infinitas soluciones.