

# Problemas de 1º Bachillerato

Isaac Musat Hervás

22 de agosto de 2011

[www.musat.net](http://www.musat.net)

[www.musat.net](http://www.musat.net)

# Índice general

<b>1. Álgebra</b>	<b>5</b>
1.1. Sistemas lineales de ecuaciones . . . . .	5
1.2. Logaritmos y exponenciales . . . . .	9
1.3. Inecuaciones . . . . .	12
1.4. Ecuaciones no lineales y sistemas . . . . .	14
1.5. Ecuaciones Polinómicas . . . . .	16
1.6. Varios . . . . .	17
<b>2. Geometría</b>	<b>21</b>
2.1. Trigonometría . . . . .	21
2.1.1. Razones trigonométricas . . . . .	21
2.1.2. Resolución de triángulos . . . . .	25
2.2. Geometría analítica . . . . .	30
2.2.1. Vectores . . . . .	30
2.2.2. Rectas . . . . .	32
2.3. Cónicas . . . . .	37
2.4. Números complejos . . . . .	43
<b>3. Análisis</b>	<b>45</b>
3.1. Representaciones gráficas . . . . .	45
3.2. Límites . . . . .	63
3.3. Derivadas . . . . .	83
3.4. Continuidad y derivabilidad . . . . .	92
3.5. Integrales . . . . .	98
3.6. Áreas . . . . .	102
3.7. Optimización . . . . .	103

[www.muscat.net](http://www.muscat.net)

# Capítulo 1

## Álgebra

### 1.1. Sistemas lineales de ecuaciones

**Problema 1** Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x- & y+ & 2z = 1 \\ x+ & y- & z = 3 \\ 3x+ & 2y+ & z = 5 \end{cases}$$

**Problema 2** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ x+ & 2y- & 3z = 1 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & z = 2 \\ 2x+ & & z = 3 \end{cases}$$

**Problema 3** Resolver y discutir los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y+ & z = 1 \\ 3x+ & y- & z = 2 \\ 2x+ & 2y- & 2z = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x+ & y+ & z = 4 \\ x- & y+ & z = 2 \\ 3x+ & y- & z = 1 \end{cases}$$

**Problema 4** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases}$$

**Problema 5** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y- & z = 0 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & + & z = 1 \\ x+ & 2y & - & z = 2 \\ 2x+ & 3y & & = 4 \end{cases}$$

**Problema 6** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x- & 2y- & 2z = -1 \\ 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & 2z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & z = 1 \end{cases}$$

**Problema 7** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x- & y- & z = 0 \\ x+ & 2y- & z = 1 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} 2x+ & 3y & = 4 \\ x+ & 2y & - z = 2 \\ x+ & y & + z = 1 \end{cases}$$

**Problema 8** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ x- & 8y+ & 5z = 1 \\ 2x- & y+ & z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & + z = 2 \\ 2x- & y & - z = 1 \\ 3x+ & y & - z = 4 \end{cases}$$

**Problema 9** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x- & y+ & 2z = 1 \\ x- & & z = 2 \\ x- & 2y+ & 7z = -4 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & -z = 0 \\ 2x+ & y & = 2 \\ x+ & 2y & +z = 1 \end{cases}$$

**Problema 10** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 2x- & y+ & 2z = 1 \\ x- & & z = 2 \\ x- & 2y+ & 7z = -4 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & -z = 0 \\ 2x+ & y & = 2 \\ x+ & 2y & +z = 1 \end{cases}$$

**Problema 11** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y+ & z = 1 \\ 2x+ & & z = 1 \\ x+ & 3y- & z = 5 \end{cases} ; \begin{cases} x- & y- & z = 2 \\ 2x+ & y- & z = 1 \\ x- & y+ & 2z = 3 \end{cases}$$

**Problema 12** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ 2x+ & y- & 2z = 2 \\ 3x- & y- & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & y- & z = 1 \\ x+ & y- & 2z = 0 \end{cases}$$

**Problema 13** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y+ & z = 4 \\ 3x- & y+ & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 1 \\ 3x- & 2y- & 2z = 3 \\ 4x- & y- & z = 8 \end{cases}$$

**Problema 14** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & y+ & z = 5 \\ x- & 3y+ & z = 4 \\ 2x+ & y- & z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & z = 3 \\ 3x+ & y- & 2z = 5 \\ 2x- & & z = 2 \end{cases}$$

**Problema 15** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = -1 \\ x- & y & = 1 \\ 2x+ & y- & z = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 3 \\ x- & y+ & 2z = 2 \\ 2x+ & y- & z = 4 \end{cases}$$

**Problema 16** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y- & z = 0 \\ 2x+ & y- & z = 2 \\ x- & 2y+ & z = 3 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y+ & z = 2 \\ 3x- & y+ & 2z = 3 \\ 2x- & 2y+ & z = 7 \end{cases}$$

**Problema 17** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} 3x- & y- & z = 1 \\ x+ & y+ & z = 2 \\ 2x- & 2y- & 2z = -1 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y- & z = 1 \\ 3x- & y+ & z = 0 \\ x+ & y- & 2z = 1 \end{cases}$$

**Problema 18** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x+ & 2y- & z = 1 \\ 2x- & y- & z = 0 \\ 3x+ & y+ & 2z = 2 \end{cases} ; \begin{cases} x+ & y & + & z = 1 \\ x+ & 2y & - & z = 2 \\ 2x+ & 3y & & = 4 \end{cases}$$

**Problema 19** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x- & y & = 2 \\ -x+ & 2y+ & 3z = -1 \\ x+ & y+ & 6z = 4 \end{cases} ; \begin{cases} x- & 2y+ & z = 1 \\ & y- & z = 1 \\ 3x+ & 2y+ & z = -1 \end{cases}$$

**Problema 20** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - y = 2 \\ -x + 2y + 3z = -1 \\ x + y + 6z = 4 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x - 2y + z = 1 \\ y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = -1 \end{array} \right.$$

**Problema 21** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 6 \\ x - 2z = -5 \\ 2x - y + 2z = 6 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x + y - z = 2 \\ 2x - y + z = 0 \\ x - 5y + 5z = 1 \end{array} \right.$$

**Problema 22** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3y - z = 0 \\ 2x + y + 4z = 1 \\ 5y - 6z = -1 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x + y + 3z = 2 \\ 2x - y + 2z = -1 \\ 3x + 2y + 7z = 5 \end{array} \right.$$

**Problema 23** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x + y - 2z = 5 \\ x - y - 2z = 0 \\ 3x - 2y - 3z = 4 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x - y + z = 2 \\ 2x + y - 4z = -1 \\ -4x - 5y + 14z = 9 \end{array} \right.$$

**Problema 24** Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{ \begin{array}{l} x - 2y + z = 1 \\ 2x + y - 2z = 2 \\ 3x - y - z = 3 \end{array} \right. ; \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 2 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + y - 2z = 0 \end{array} \right.$$

## 1.2. Logaritmos y exponenciales

**Problema 25** Calcular:

1.  $\log(x^2 + 2) - \log x = 1$
2.  $4^{x-1} + 2^x - 1 = 0$

**Problema 26** Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

1.  $3 \cdot 2^{2x-1} - 2^{x+1} - 2 = 0$
2.  $3^{x+2} - 3^{x+1} - 1 = 0$

**Problema 27** Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

1.  $3 \cdot 2^{2x+2} - 2^{x+1} - 6 = 0$
2.  $5^{x-1} - 5^{x+1} + 1 = 0$

**Problema 28** Resolver las ecuaciones:

1.  $\ln(1 - x) - \ln x = 1$
2.  $\log(5 - x^2) - \log x = 1 + \log(x + 1)$
3.  $\log x - \log(x^2 - 2) = 1 - \log x$

**Problema 29** Resolver las ecuaciones:

1.  $\ln x - \ln(1 - x) = 1$
2.  $\log(7 - x^2) - \log x = 1$
3.  $\log(2x + 3) + \log x = -1$

**Problema 30** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(x + 1) - \log x = 1$
2.  $\log(x + 3) + \log x = -1$
3.  $\log(3 - x^2) - \log(2x) = 1$

**Problema 31** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log x - \log(x - 3) = \log(2x)$
2.  $\log x - \log(x - 1) = 2$
3.  $\log(2 + x^2) - \log x = 1$

**Problema 32** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log x^2 - \log(x + 1) = 1 + \log(x - 1)$
2.  $\log(3x + 5) - \log x = 2$
3.  $\log(x + 1) + \log(x - 1) = \log(25x) - 2$

**Problema 33** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(x + 1)^2 - \log x = 1 + \log(2x)$
2.  $\log(2x + 1) - \log x = 3$
3.  $\log(x + 1) + \log(x - 1) = 2 + \log x$

**Problema 34** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(x + 3) + \log x = 2 \log(x + 1)$
2.  $\log(4x + 1) + \log(2x) = 2$
3.  $\log(3x - 1) - \log(x + 2) = 1 + \log x$

**Problema 35** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(3x - 1) + \log(x - 1) = 1 + \log x$
2.  $\log(4x + 3) - \log x = 1$
3.  $\log(x - 2) - \log(x + 3) = 1 + \log x$

**Problema 36** Resolver las ecuaciones:

1.  $\ln(1 - x) - \ln x = 1$
2.  $\log(5 - x^2) - \log x = 1 + \log(x + 1)$
3.  $\log x - \log(x^2 - 2) = 1 - \log x$

**Problema 37** Resolver las ecuaciones:

1.  $\ln x - \ln(1 - x) = 1$
2.  $\log(7 - x^2) - \log x = 1$
3.  $\log(2x + 3) + \log x = -1$

**Problema 38** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(2 - x) - \log(x - 1) = 2$

2.  $\log(3 - x^2) - \log x = 1 + \log(x + 2)$

3.  $4^{x^2-1} \cdot 2^{x+5} = 32^{x+1}$

4.  $4^{x-2} - 2^{x+1} - 3 = 0$

**Problema 39** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(5 - x) - \log(x + 1) = 2$

2.  $\log(5 - x^2) - \log x = 1 + \log(x - 1)$

3.  $2 \log(3 - x) - 1 = \log x$

4.  $2^{x^2-1} \cdot 4^{x-5} = 32^{x+1}$

5.  $9^{x-1} - 3^{x+1} - 3 = 0$

**Problema 40** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(x + 1)^2 - \log x = 1 + \log(2x)$

2.  $\log(2x + 1) - \log x = 3$

3.  $\log(x + 1) + \log(x - 1) = 2 + \log x$

4.  $3^{x^2-1} \cdot 9^{x-5} = 27^{x+1}$

5.  $3^{2x-1} + 3^{x+1} - 1 = 0$

### 1.3. Inecuaciones

**Problema 41** Resolver las siguientes inecuaciones:

$$\frac{x^2 - 2x - 15}{x - 1} \leq 0, \quad \frac{x - 1}{x^2 + 3x + 2} \geq 0$$

**Problema 42** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{3x - 1}{2} - \frac{x}{3} \geq 1 - \frac{x}{2}$$

$$2. \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + x - 2} \leq 0$$

**Problema 43** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{2x - 1}{3} + \frac{x + 1}{2} \geq 1 - \frac{x}{2}$$

$$2. \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 15} \leq 0$$

**Problema 44** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{x}{2} - \frac{2x + 1}{6} \leq \frac{x - 1}{3}$$

$$2. \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 2x - 3} \leq 0$$

**Problema 45** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{x - 1}{5} - \frac{x}{10} \leq \frac{x + 3}{2}$$

$$2. \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 2} \geq 0$$

**Problema 46** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{x + 1}{3} - \frac{x + 2}{8} \leq 1 - \frac{x}{12}$$

$$2. \frac{x^2 - 2x - 35}{x^2 + x - 6} \geq 0$$

**Problema 47** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{3x + 1}{2} - \frac{x}{3} \leq 1 + \frac{x - 1}{8}$$

$$2. \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 5} \leq 0$$

**Problema 48** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{x}{2} - \frac{3x+2}{5} \geq 2 - \frac{2x-1}{10}$$

$$2. \frac{x^2 - 5x + 6}{x+1} \leq 0$$

**Problema 49** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{x}{4} - \frac{3x+2}{3} \leq 1 - \frac{x+1}{12}$$

$$2. \frac{x^2 + 3x + 2}{x-1} \geq 0$$

**Problema 50** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{3x-1}{2} - \frac{x}{3} \geq 1 - \frac{x}{2}$$

$$2. \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + x - 2} \leq 0$$

**Problema 51** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{2x-1}{3} + \frac{x+1}{2} \geq 1 - \frac{x}{2}$$

$$2. \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x - 15} \leq 0$$

**Problema 52** Resolver las inecuaciones siguientes:

$$1. \frac{5x+1}{3} - \frac{x-3}{6} \leq 1 - \frac{x-3}{2}$$

$$2. \frac{x^2 - 4x - 21}{x^2 + 4x - 12} \geq 0$$

$$3. \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 + 3x + 2} \leq 0$$

## 1.4. Ecuaciones no lineales y sistemas

**Problema 53** Calcular:

1.  $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = 1$
2. 
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

**Problema 54** Resolver las ecuaciones:

1.  $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 2$
2.  $\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = 1$
3.  $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} = 1$

**Problema 55** Resolver las ecuaciones:

1.  $\sqrt{x-3} + \sqrt{x-1} = 1$
2.  $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-5} = 2$
3.  $\sqrt{3x+1} + \sqrt{x+1} = 2$

**Problema 56** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

**Problema 57** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

**Problema 58** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 6 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

**Problema 59** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

**Problema 60** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} (x+2)(y+2) = 9 \\ xy = 1 \end{cases}$$

**Problema 61** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} (x+2)(y-3) = 5 \\ x \cdot y = 12 \end{cases}$$

**Problema 62** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

**Problema 63** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 6 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

**Problema 64** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

**Problema 65** Resolver el siguiente sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

**Problema 66** Resolver los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} ; \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 6 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

**Problema 67** Resolver los siguientes sistemas:

$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 19 \\ 3x - y = 0 \end{cases} ; \begin{cases} x \cdot y = 10 \\ 5x - y = 5 \end{cases}$$

## 1.5. Ecuaciones Polinómicas

**Problema 68** Resolver las ecuaciones polinómicas siguientes:

$$1. \frac{x+1}{x^2+2x-3} - \frac{x}{x+3} = 1 - \frac{1}{1-x}$$

$$2. \frac{x-3}{x^2-x-2} - \frac{1}{2-x} = 2 - \frac{1}{1+x}$$

**Problema 69** Resolver las ecuaciones polinómicas siguientes:

$$1. \frac{2x+3}{x^2+2x-15} - \frac{1}{3-x} = 2 - \frac{1}{x+5}$$

$$2. \frac{x+5}{x^2-3x-4} - \frac{x}{x+1} = 2 - \frac{x}{4-x}$$

## 1.6. Varios

**Problema 70** Resolver las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

1.  $\ln(2 - x) - \ln(x + 2) = 1$
2.  $2^{2x-1} - 2^x - 1 = 0$
3.  $\frac{2x - 5}{x^2 - 4x - 21} - 1 = \frac{x}{x + 3} - \frac{2}{7 - x}$
4.  $\frac{x^2 - 4x - 21}{x + 1} \leq 0$
5.  $\sqrt{x + 3} + \sqrt{x} = 2$

**Problema 71** Resolver las ecuaciones:

1.  $\sqrt{2x - 1} = x - 2$
2.  $\log(1 - x) - \log x = 2$
3.  $2^{x-1} + 2^{x+1} - 1 = 0$

**Problema 72** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(x^2 - 1) + 1 = 2 \log(x - 2)$
2.  $2^{2x-1} + 2^{x+2} - 1 = 0$
3.  $\frac{x - 1}{x^2 - 2x - 15} - \frac{1}{x + 3} = 1 - \frac{1}{x - 5}$
4.  $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 8x + 7} \geq 0$
5.  $\sqrt{x + 4} - \sqrt{x - 1} = 1$
6.  $\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x - 1} = 2$

**Problema 73** Resolver las ecuaciones:

1.  $\log(x^2 - 1) + 1 = 2 \log(x - 2)$
2.  $2^{2x-1} + 2^{x+2} - 1 = 0$
3.  $\frac{x - 1}{x^2 - 2x - 15} - \frac{1}{x + 3} = 1 - \frac{1}{x - 5}$
4.  $\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 8x + 7} \geq 0$
5.  $\sqrt{x + 4} - \sqrt{x - 1} = 1$

$$6. \sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = 2$$

**Problema 74** Resolver las ecuaciones:

$$1. \log(20x^2 + 10) - 1 = 2 \log(x + 3)$$

$$2. 3^{2x+1} + 3^{x-1} - 2 = 0$$

$$3. 1 - \frac{1}{x^2 - 6x - 7} = \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{x-7}$$

$$4. \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - x - 6} \leq 0$$

$$5. \sqrt{x+3} + \sqrt{x+2} = 2$$

$$6. \sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = 1$$

**Problema 75** Resolver las ecuaciones:

$$1. \log(x^2 + 14x + 14) - 1 = \log(x + 1)$$

$$2. 3^{2x-1} + 3^{x+1} - 1 = 0$$

$$3. \frac{2}{x^2 - x - 6} - \frac{1}{x+2} = 1 - \frac{2}{x-3}$$

$$4. \frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 - 5x + 6} \geq 0$$

$$5. \sqrt{x^2 + 8} - x = 2$$

$$6. \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = 1$$

**Problema 76** Resolver las ecuaciones:

$$1. \log(x+1) - 1 = \log(x^2 - 1)$$

$$2. 5^{2x+1} - 5^x - 2 = 0$$

$$3. \frac{x}{x^2 + x - 2} - \frac{1}{x+2} = 1 - \frac{1}{x-1}$$

$$4. \frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 + 2x - 15} \leq 0$$

$$5. x - \sqrt{x^2 + 15} = -3$$

$$6. \sqrt{x-2} + \sqrt{x+3} = 5$$

**Problema 77** Resolver las ecuaciones:

$$1. \log(2-x) - \log(x-1) = 2$$

2.  $\log(3 - x^2) - \log x = 1 + \log(x + 2)$

3.  $4^{x^2-1} \cdot 2^{x+5} = 32^{x+1}$

4.  $4^{x-2} - 2^{x+1} - 3 = 0$

www.musat.net

[www.muscat.net](http://www.muscat.net)

## Capítulo 2

# Geometría

### 2.1. Trigonometría

#### 2.1.1. Razones trigonométricas

**Problema 78** Sabiendo que  $\tan \alpha = 2$ , calcular el resto de las razones trigonométricas; teniendo en cuenta que  $\alpha$  pertenece al tercer cuadrante.

**Problema 79** Teniendo en cuenta que  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  y que  $\alpha$  pertenece al primer cuadrante, calcular:

$$\sin(\alpha + 30^\circ); \sin(\alpha + 45^\circ); \cos(\alpha - 60^\circ); \tan(60^\circ - \alpha)$$

**Problema 80** Hallar las razones trigonométricas de  $\alpha$  sabiendo que  $\sec \alpha = 3$  y  $\alpha \in 4^\circ$  Cuadrante.

**Problema 81** Demuestra que

$$\frac{\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x}{\sin 2x} = \frac{1}{2}$$

**Problema 82** Sabiendo que  $\csc \alpha = 3$  y que  $\alpha$  pertenece al segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

**Problema 83** Simplificar:

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right)$$

**Problema 84** Sabiendo que  $\csc \alpha = 2$  y que  $\alpha$  pertenece al segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

**Problema 85** Resolver la ecuación trigonométrica siguiente:

$$\sin 2x = 2 \cos x$$

**Problema 86** Resolver la ecuación trigonométrica siguiente:

$$\cos^2 x - \sin^2 x = 1$$

**Problema 87** Sabiendo que  $\tan \alpha = -4$  y que  $\alpha$  pertenece al segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.

**Problema 88** Si  $\csc \alpha = 3$  y  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  calcula las restantes razones trigonométricas de  $\alpha$ .

**Problema 89** Demostrar que  $\frac{2 \sin^3 x + \sin 2x \cos x}{2 \sin x} = 1$

**Problema 90** Resolver la ecuación trigonométrica

$$\sin 2x \cos x + \cos 2x = 2 \sin x + 1$$

**Problema 91** Si  $\cot \alpha = -\frac{1}{5}$  y  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  calcula las restantes razones trigonométricas de  $\alpha$ .

**Problema 92** Demostrar que  $\tan \alpha \sin 2\alpha + \cos 2\alpha = 1$

**Problema 93** Resolver la ecuación trigonométrica

$$\cos 2x + \cos x \sin 2x = 2 \sin x + 1$$

**Problema 94** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ , sabiendo que  $\cot \alpha = -\frac{3}{2}$

**Problema 95** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$\cos 2x + 5 \cos x + 3 = 0$$

**Problema 96** Demostrar que:  $\cot 2x = \frac{1}{2}(\cot x - \tan x)$

**Problema 97** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ , sabiendo que  $\tan \alpha = 2$

**Problema 98** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ , sabiendo que  $\tan \alpha = -\frac{3}{2}$

**Problema 99** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$3 \sin^2 x + \cos^2 x + \sin x - 2 = 0$$

**Problema 100** Demostrar que:  $\cos^2 x = \frac{\sin 2x}{2 \tan x}$

**Problema 101** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$2 \cos 2x + 5 \sin x - 3 = 0$$

**Problema 102** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ , sabiendo que  $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$

**Problema 103** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$\cos 2x + \cos x = 0$$

**Problema 104** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[ \pi, \frac{3\pi}{2} \right]$ , sabiendo que  $\tan \alpha = 2$

**Problema 105** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ , sabiendo que  $\cot \alpha = -\frac{1}{4}$

**Problema 106** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$8 \cos^2 x + 2 \sin x - 7 = 0$$

**Problema 107** Demostrar que:

$$\frac{\cos 2x}{\cos x} - \frac{\sin 2x}{\sin x} = \frac{-1}{\cos x}$$

**Problema 108** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ , sabiendo que  $\cot \alpha = -\frac{1}{3}$

**Problema 109** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$-6 \cos^2 x + \sin x + 4 = 0$$

**Problema 110** Demostrar que:

$$\frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{2}(\cot \alpha - \tan \alpha)$$

**Problema 111** Encontrar todas las razones trigonométricas de  $\alpha \in \left[ \pi, \frac{3\pi}{2} \right]$ , sabiendo que  $\tan \alpha = \frac{3}{2}$

**Problema 112** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$6 \cos^2 x + 7 \sin x - 8 = 0$$

**Problema 113** Demostrar que:

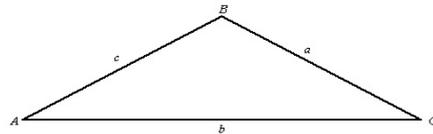
$$\cot 2\alpha = \frac{1}{2}(\cot \alpha - \tan \alpha)$$

### 2.1.2. Resolución de triángulos

**Problema 114** Resolver el triángulo no rectángulo del que conocemos dos de sus ángulos  $A = 65^\circ$ ,  $C = 35^\circ$ , y uno de sus lados  $b = 15$ . Calcular finalmente su área.

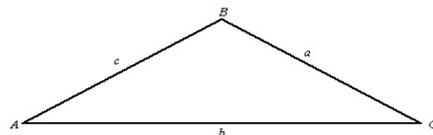
**Problema 115** Dos personas separadas por una llanura de  $2Km$ , observan un globo aerostático con ángulos de  $30^\circ$  y  $45^\circ$  respectivamente. Hallar la altura a la que vuela dicho artefacto.

**Problema 116** Dado el triángulo



1. Resolverlo sabiendo que  $a = 3$ ,  $b = 5$  y  $C = 30^\circ$ , calcular también su área.
2. Demostrar el teorema del seno.

**Problema 117** Dado el triángulo

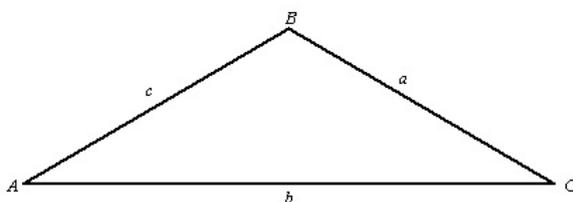


1. Resolverlo sabiendo que  $a = 4$ ,  $b = 6$  y  $C = 30^\circ$ , calcular también su área.
2. Demostrar el teorema del seno.

**Problema 118** Dado el triángulo

Resolverlo sabiendo que  $a = 5$ ,  $b = 6$  y  $C = 135^\circ$ .

**Problema 119** Acaban de colocar una antena de 7 metros en lo alto de un edificio. Observas el extremo superior de la antena con un ángulo de  $85^\circ$ , mientras que su base la observamos con  $80^\circ$ . Calcular la altura del edificio y la distancia que te separa de él.



**Problema 120** Resolver un triángulo no rectángulo del que conocemos dos de sus lados  $a = 10$ ,  $b = 16$  y uno de sus ángulos  $C = 105^\circ$ , que no es el opuesto a ninguno de estos lados.

**Problema 121** Desde el fondo de un desfiladero observamos a Isaac en su nuevo entretenimiento, el de equilibrista. Tratará de cruzar el desfiladero por todo lo alto. Le observamos desde abajo con un poco de pesimismo. Podemos ver un extremo de la cuerda con un ángulo de  $80^\circ$  y el otro con un ángulo de  $70^\circ$ . Si sabemos que el desfiladero tiene 300 metros de ancho calcular a que altura se encuentra nuestro amigo.

**Problema 122** A dos puertos, separados longitudinalmente por 20 Km, se reciben a la vez señales de socorro de un barco que se encuentra en alta mar. El puerto  $A$  recibe la señal con un ángulo de  $75^\circ$  mientras que el  $B$  lo recibe con un ángulo de  $60^\circ$ . También se sabe que el barco está entre los dos puertos, pero perdido dentro del mar, y se pide calcular a que distancia se encuentra de ellos.

**Problema 123** Resolver un triángulo no rectángulo del que conocemos dos de sus lados  $a = 16$ ,  $c = 9$  y uno de sus ángulos  $B = 115^\circ$ , que no es el opuesto a ninguno de estos lados.

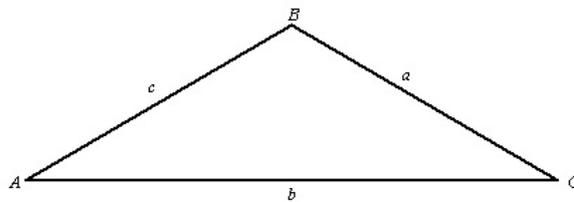
**Problema 124** Un paracaidista de acrobacias en una exhibición sabe que, en su caída libre desde el avión tiene que abrir el paracaídas cuando su altímetro le indique que le quedan 300 m. para llegar al suelo. Suponemos que en el momento que se lanza el avión se encuentra en suspensión (sin movimiento) y lo observamos con un ángulo de  $15^\circ$ , cuando abre el paracaídas le vemos con un ángulo de  $5^\circ$ . Se pide calcular la altura desde la que se ha lanzado y la distancia que recorreremos para encontrarnos con él.

**Problema 125** Dos destructores detectan un submarino, que se encuentra sumergido en la línea que separa a ambos, y que es de 5 Km. Uno de ellos lo detecta con un ángulo de  $35^\circ$  y el otro de  $20^\circ$ . Los tres se encuentran parados y preparan sus torpedos, tan sólo les queda calcular la distancia hasta su enemigo, el primero que la calcule será el que sobrevivirá. Se pide que las calcules.

**Problema 126** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen sus tres lados:  $a = 4$  cm,  $b = 3$  cm y  $c = 6$  cm.

**Problema 127** Dos barcos pesqueros que se encuentran faenando y separados por una distancia de 100 Km empiezan a recibir una señal de socorro. Rápidamente se ponen en contacto los capitanes de ambos barcos para situar el origen de la señal, para ello trazan una línea entre ambos, y sobre esa línea uno de ellos recibe la señal con un ángulo de  $70^\circ$ , mientras que el otro la recibe con un ángulo de  $60^\circ$ . Calcula las distancias que separan a estos dos barcos del origen de la señal.

**Problema 128** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen sus tres lados:  $a = 10$  cm,  $b = 4$  cm y  $C = 35^\circ$



**Problema 129** Dos aeropuertos  $A$  y  $B$  reciben la señal de un avión, que está pidiendo un aterrizaje forzoso por la avería de uno de sus motores. El aeropuerto  $A$  recibe la señal con un ángulo de  $35^\circ$  y el  $B$  con  $20^\circ$ , ambos medidos con la horizontal. Si los aeropuertos están separados por una distancia de 200 Km, calcular la distancia desde cada aeropuerto al avión.

**Problema 130** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen:  $a = 4$  cm,  $b = 6$  cm y  $C = 40^\circ$ .

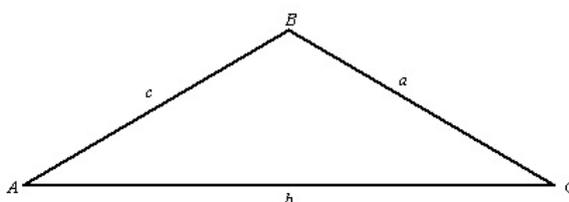
**Problema 131** Dos amigos aficionados a la astronomía y, que se encuentran separados por una distancia de 1000 Km, están observando un foco de luz que, por una causa desconocida había aparecido en el firmamento en medio de las estrellas. Ese objeto luminoso se confunde con lo que sería una nueva estrella desconocida, por lo que deciden investigar. Uno de ellos apunta con su telescopio bajo un ángulo de  $85^\circ$ , mientras que el otro lo hace con un ángulo de  $87^\circ$ . Calcula la distancia de cada uno de ellos al objeto en cuestión. ¿Se tratará de una estrella?

**Problema 132** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen:  $a = 5$  cm,  $b = 4$  cm y  $C = 40^\circ$ .

**Problema 133** Dos amigos aficionados a la arqueología se encuentran a bordo de un pequeño submarino para investigar un galeote undido en el mar Mediterraneo. Se sumergieron con un ángulo de  $15^\circ$  sobre la horizontal, estuvieron trabajando en el fondo, y empezaron el ascenso con un ángulo de  $23^\circ$ . Cuando salieron a la superficie estaban a 10 Km del lugar donde iniciaron la inmersión. Calcular los Kms que han recorrido tanto de descenso como de ascenso.

**Problema 134** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen:  $a = 10$  cm,  $b = 4$  cm y  $C = 35^\circ$ .

**Problema 135** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen:  $a = 15$  cm,  $b = 33$  cm y  $C = 28^\circ$ .



**Problema 136** Un barco observa la luz de dos faros de la costa, que se encuentran separados por una distancia de 40 Km, y las luces inciden en dicho barco con un ángulo de  $33^\circ$ . El capitán sabe que se encuentra a 50 Km del faro más cercano. Se pide, calcular la distancia desde el barco al otro faro y los ángulos del triángulo formado.

**Problema 137** En una llanura inmensa, Esteban y Mario se encuentran separados por una distancia de 20 Km. La aparición de un OVNI suspendido en el aire en la dirección que los separa les sorprende de forma asombrosa. Se comunican por sus teléfonos móviles la siguiente información: Esteban observa el artefacto bajo un ángulo de  $15^\circ$  y Mario lo observa con un ángulo de  $25^\circ$ . ¿A qué altura se encuentra el OVNI?

**Problema 138** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen:  $a = 11$  cm,  $b = 23$  cm y  $C = 31^\circ$ .

**Problema 139** Los alumnos de  $1^\circ$  de Bachillerato, del colegio Villaeuropa de Móstoles, se encuentran de excursión por Aranjuez, donde han ido a montar en globo aerostático.

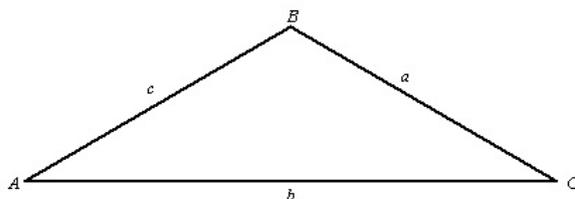
Se encuentran en una llanura enorme. Luis acaba de descender del globo

y observa a Tania con unos anteojos, que está subiendo en otro globo en ese momento; por la lectura de su aparato de observación sabe que entre ellos dos hay una distancia de 8 Km. Otro globo se encuentra en el aire, circulando entre ellos dos rectilíneamente, en él van Cintia y Cristina. Luis lo ve bajo un ángulo  $20^\circ$  y Tania con un ángulo de  $35^\circ$ .

¿Qué distancia hay desde el globo hasta Tania y hasta Luis?

**Problema 140** Si seguimos con el enunciado del problema anterior resulta que en un cierto momento el globo cae verticalmente, pero con suavidad, hasta llegar al suelo, debido a un problema técnico. Calcular la altura a la que volaba el globo, y la distancia a la que se encuentra el globo de Luis y de Tania, después de ese aterrizaje forzoso.

**Problema 141** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen:  $a = 12$  cm,  $b = 25$  cm y  $C = 36^\circ$ .



**Problema 142** El primer día de clase después de unas vacaciones los alumnos de 1º de Bachillerato se cuentan sus aventuras vacacionales. Entre estas historias hay alguna muy poco creíble, pero hay que demostrarlo. La más sorprendente fue la de los naufragos: Sergio y Pablo se encuentran separados por una distancia rectilínea de 25 Km en medio del mar. Están alojados en balsas salvavidas. La suerte se ha aliado con ellos y han sido avistados por una avioneta que, en estos momentos, se encuentra entre ellos y en esa línea recta. Sergio observa la avioneta con un ángulo de  $65^\circ$  mientras que Pablo la ve bajo un ángulo de  $55^\circ$ . Para analizar la situación se pide calcular la distancia que, en ese momento, hay desde cada uno de ellos a la avioneta.

**Problema 143** Seguimos con el enunciado del problema anterior y no tenemos en cuenta sus resultados. En un cierto momento la avioneta suelta un paquete de supervivencia (el único que lleva) que suponemos cae verticalmente entre estos dos alumnos. Para analizar la situación se pide calcular la altura desde la que la avioneta suelta el objeto y la distancia que tienen que recorrer Sergio y Pablo para llegar al paquete.

Con los datos obtenidos debemos preguntarnos: ¿Nos han contado una trola?

## 2.2. Geometría analítica

### 2.2.1. Vectores

**Problema 144** Hallar todos los vectores perpendiculares a  $\vec{u} = (-3, -4)$  que tengan módulo 20.

**Problema 145** Sean  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 1)$  y  $C(4, 6)$ , cuatro vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. El centro.
5. Encontrar un vector de módulo 7 que sea perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$ .

**Problema 146** Sean  $A(-1, -1)$ ,  $B(3, -2)$  y  $C(5, 3)$  tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. Su centro.
5. Encontrar un vector de módulo 9 que sea perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$ .

**Problema 147** Sean  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, -3)$  y  $C(4, 6)$  tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. Su centro.
5. Encontrar un vector de módulo 7 que sea perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$ .

**Problema 148** Sean  $A(0, -1)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(7, 5)$  tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .

2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. Su centro.
5. El punto simétrico de  $A$  respecto de  $C$
6. Dos vectores perpendiculares al  $\overrightarrow{AB}$  que tengan módulo 8.
7. Calcular la altura del paralelogramo sobre la base que determinan los puntos  $A$  y  $B$ .
8. Calcular el área del paralelogramo.
9. Calcular las rectas que determinan sus lados.
10. Calcular las rectas de sus diagonales. ¿Se cortan en el punto que habíamos calculado anteriormente?

**Problema 149** Sean  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 1)$  y  $C(5, 7)$  tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. Su centro.
5. La altura sobre el lado  $\overline{AB}$ .
6. Su área.
7. El punto simétrico de  $A$  respecto de  $C$
8. Un vector con la misma dirección y sentido que  $\overrightarrow{AB}$  con módulo 9.
9. Dividir el segmento  $\overline{AC}$  en tres segmentos iguales.
10. Calcular un vector perpendicular a  $\overrightarrow{BC}$

**Problema 150** Sean  $A(-1, -1)$ ,  $B(2, -2)$  y  $C(4, 5)$  tres vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.

4. Decidir de que figura geométrica se trata.
5. Su centro.
6. La altura sobre el lado  $\overline{AB}$ .
7. Su área.
8. El punto simétrico de  $A$  respecto de  $C$
9. Un vector perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$  con módulo 9.
10. Dividir el segmento  $\overline{AC}$  en tres segmentos iguales.

### 2.2.2. Rectas

**Problema 151** Dado el triángulo de vértices  $A(1, 3)$ ,  $B(3, -1)$ ,  $C(-1, 3)$  halla la ecuación de sus tres mediatrices y comprueba que se cortan en un único punto, llamado circuncentro.

**Problema 152** sean  $A(-2, -2)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(1, 5)$  los vértices de un triángulo, se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que unen sus lados.
2. La longitud de sus lados.
3. Las ecuaciones de sus mediatrices.
4. El circuncentro.

**Problema 153** Calcula la distancia del punto  $P(2, 3)$  a la recta  $r$  en los siguientes casos:

1.  $r : y = 3x - 2$
2.  $r : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$
3.  $r : 3x + 4y - 5 = 0$

**Problema 154** Calcula el ángulo formado por las rectas:

- 1.

$$r_1 : 3x - y + 1 = 0$$

$$s_1 : 2x + 3y + 4 = 0$$

2.

$$r_1 : \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases} \quad r_2 : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2}$$

**Problema 155** Los puntos  $A(-2, -1)$ ,  $B(1, 4)$  y  $C(3, 1)$  forman un triángulo, se pide:

1. Calcular el circuncentro (punto en el que se cortan las mediatrices).
2. Calcular sus ángulos y la longitud de sus lados.
3. Calcular la altura del vértice  $B$ .

**Problema 156** Calcular el ángulo que forman las rectas

a)  $r : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{3}$ ,  $s : 2x + y - 1 = 0$

b)  $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$   $s : 3x + y + 1 = 0$

**Problema 157** Calcular la distancia del punto  $A(3, -1)$  a las rectas:

a)  $r : \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2}$

b)  $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$

c)  $r : 2x + 3y - 3 = 0$

**Problema 158** Expresa de todas las maneras que conozcas la ecuación de la recta que pasa por los puntos  $A(1, 0)$  y  $B(4, 5)$ , calcula después el ángulo que forma con el eje de abscisas.

**Problema 159** Se pide:

1. Calcular la distancia del punto  $A(3, 7)$  a la recta  $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$
2. Calcular el ángulo que forman las rectas

$$r : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2}, \quad s : 3x + y - 1 = 0$$

**Problema 160** Dada la recta  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2}$  encontrar los puntos de ella que distan 3 unidades del origen de coordenadas.

**Problema 161** Sean  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 1)$  y  $C(4, 6)$ , los vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.
2. Las ecuaciones de dos de sus mediatrices.
3. El circuncentro.

**Problema 162** Se pide:

1. Calcular la distancia del punto  $A(2, -5)$  a la recta  $r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -1 + \lambda \end{cases}$
2. Calcular el ángulo que forman las rectas

$$r : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} \quad \text{y} \quad s : x - 2y + 1 = 0$$

**Problema 163** Sean  $A(-1, 0)$ ,  $B(3, -1)$  y  $C(0, 5)$ , los vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.
2. Las ecuaciones de dos de sus mediatrices.
3. El circuncentro.

**Problema 164** Se pide:

1. Calcular la distancia del punto  $A(-1, -4)$  a la recta  $r : \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1}$
2. Calcular el ángulo que forman las rectas

$$r : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -1 + \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s : x - 2y + 1 = 0$$

**Problema 165** Sean  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 0)$  y  $C(2, 5)$ , los vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.
2. Las ecuaciones de dos de sus mediatrices.
3. El circuncentro.

**Problema 166** Sean  $A(-1, 1)$ ,  $B(5, 0)$  y  $C(3, 4)$ , los vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que determinan sus lados.

2. Las ecuaciones de dos de sus mediatrices.

3. El circuncentro.

**Problema 167** Encontrar todas las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos  $A(-1, 3)$  y  $B(5, 2)$ . Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

**Problema 168** Dadas las rectas  $r : 3x - y + 2 = 0$  y  $s : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \end{cases}$ , calcular el ángulo que forman.

**Problema 169** Calcular la distancia desde el punto  $A(3, 1)$  a la recta  $r : 3x - 8y - 5 = 0$

**Problema 170** Encontrar el punto simétrico de  $A(1, -1)$  respecto de la recta  $r : x + 3y - 2 = 0$ .

**Problema 171** Si los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(5, -2)$  y  $C(4, 6)$  tres vértices consecutivos de un triángulo, encontrar su circuncentro.

**Problema 172** Sean las rectas  $r : 3x - y + 3 = 0$  y  $s : x - 3y - 1 = 0$ . Comprobar que se cortan y, en caso afirmativo, calcular las rectas bisectrices de sus ángulos.

**Problema 173** Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es  $3x + y - 1 = 0$ . Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

**Problema 174** Si los puntos  $A(-1, 0)$ ,  $B(7, 2)$  y  $C(3, 6)$  tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular:

1. Su circuncentro.
2. La altura de  $C$  sobre el lado  $\overline{AB}$ . (Distancia de  $C$  a la recta determinada por los puntos  $A$  y  $B$ ).

**Problema 175** Sea el punto  $A(3, 6)$  y la recta  $r : x - 2y + 5 = 0$ . Se pide calcular:

1. Una recta paralela a  $r$  que pase por el punto  $A$ .
2. Una recta perpendicular a  $r$  que pase por el punto  $A$ .
3. El punto  $A''$  simétrico de  $A$  respecto de la recta  $r$ .

**Problema 176** Dadas las rectas  $r : x + 5y - 2 = 0$  y  $s : \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2\lambda \end{cases}$ , se pide calcular:

1. Su punto de corte.
2. Ángulo que forman.
3. Sus bisectrices.

**Problema 177** Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es  $2x - 3y + 6 = 0$ . Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

**Problema 178** Si los puntos  $A(-1, 2)$ ,  $B(4, -1)$  y  $C(1, 6)$  tres vértices consecutivos de un triángulo, se pide calcular:

1. Su circuncentro.
2. La altura de  $C$  sobre el lado  $\overline{AB}$ . (Distancia de  $C$  a la recta determinada por los puntos  $A$  y  $B$ ).

**Problema 179** Sea el punto  $A(5, 1)$  y la recta  $r : 3x - y + 2 = 0$ . Se pide calcular:

1. Una recta paralela a  $r$  que pase por el punto  $A$ .
2. Una recta perpendicular a  $r$  que pase por el punto  $A$ .
3. El punto  $A''$  simétrico de  $A$  respecto de la recta  $r$ .

**Problema 180** Dadas las rectas  $r : x + y - 2 = 0$  y  $s : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \end{cases}$ , se pide calcular:

1. Su punto de corte.
2. Ángulo que forman.
3. Sus bisectrices.

## 2.3. Cónicas

**Problema 181** Calcular la ecuación de la recta tangente a la circunferencia  $3x^2 + 3y^2 + x - 5y - 2 = 0$  en el punto  $P(-1, 0)$ .

**Problema 182** (2 puntos) Calcular la ecuación de la elipse de excentricidad  $e = \frac{1}{4}$  y cuya distancia focal es 4.

**Problema 183** Calcular la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos  $A(0, 1)$ ,  $B(2, 0)$  y  $C(2, 2)$ , y las ecuaciones de las rectas tangente y normal en el punto  $C$ .

**Problema 184** Encontrar el centro y el radio de las posibles circunferencias:

1.  $x^2 + y^2 - 10x + 8y - 4 = 0$

2.  $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 15 = 0$

**Problema 185** Calcular la ecuación de una circunferencia que pase por los puntos  $A(-1, 1)$ ,  $B(2, 2)$  y  $C(2, 0)$ .

**Problema 186** calcular la ecuación de una elipse de centro  $C(0, 0)$ , cuyos focos son  $F'(-4, 0)$  y  $F(4, 0)$ , y tiene una excentricidad de 0,8.

**Problema 187** Calcular el lugar geométrico de los puntos  $P(x, y)$  que cumplen que, la distancia de él al punto  $A(1, 1)$  es igual a la distancia de él a la recta  $x + 1 = 0$ .

**Problema 188** Calcular las rectas tangente y normal a la curva

$$x^2 + y^2 - 4x - y + 3 = 0$$

en el punto  $A(1, 1)$ .

**Problema 189** Calcular la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(0, 3)$ .

**Problema 190** De una hipérbola se conoce su eje principal que vale 10 y tiene una excentricidad  $e = 1,4$ . Encontrar sus focos, su ecuación general, sus asíntotas y su dibujo aproximado.

**Problema 191** Encontrar el lugar geométrico de los puntos  $P(x, y)$ , que cumplen que, la distancia de ellos a la recta  $x - y - 1 = 0$  y la distancia de ellos al punto  $A(-1, 0)$ , es siempre la misma. Identifica por definición de que figura geométrica se trata y encuentra una las rectas tangente y normal a ella en el punto  $(-8, 1)$ .

**Problema 192** Dada una elipse de focos  $(-3, 0)$  y  $(3, 0)$  con una excentricidad  $e = 3/5$ , encontrar la ecuación de una circunferencia cuyo diámetro coincida con el eje mayor y su centro es el punto en el que corta esta elipse y el eje de ordenadas ( $OY$ ).

**Problema 193** Dada la recta  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1}$  encontrar los puntos de ella que distan 5 unidades del origen de coordenadas.

**Problema 194** Calcular la ecuación de una circunferencia que pase por los puntos  $A(-1, -1)$ ,  $B(2, 0)$  y  $C(0, 5)$

**Problema 195** Dada una elipse de focos  $(-4, 0)$  y  $(4, 0)$  con una excentricidad  $e = 4/5$ , encontrar la ecuación de una circunferencia cuyo diámetro coincida con el eje mayor y su centro es el punto en el que corta esta elipse y el eje de abscisas ( $OX$ ).

**Problema 196** De una hipérbola se conoce su eje principal que vale 8 y tiene de excentricidad 1,5. Encontrar sus focos, su ecuación general, sus asíntotas y su dibujo aproximado.

**Problema 197** Encontrar el lugar geométrico de los puntos  $P(x, y)$ , que cumplan que, la distancia de ellos a la recta  $x + y = 0$  y la distancia de ellos al punto  $A(2, 0)$ , es siempre la misma. Identifica de que figura se trata y encuentra las rectas tangente y normal a ella en el punto  $(1, \sqrt{5})$ .

**Problema 198** Dada la recta  $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2}$  encontrar los puntos de ella que distan 5 unidades del origen de coordenadas.

**Problema 199** Calcular la ecuación de una circunferencia que pase por los puntos  $A(2, 2)$ ,  $B(1, 0)$  y  $C(0, 3)$

**Problema 200** De una elipse horizontal y centrada en el origen se conoce su excentricidad 0,5 y el semieje mayor que es 2 cm. Calcular sus focos, vértices, ejes, distancia focal y ecuación.

**Problema 201** De una hipérbola horizontal y centrada en el origen se conoce su excentricidad 1,5 y el semieje real que es 2 cm. Calcular sus focos, vértices, ejes, distancia focal, asíntotas y ecuación.

**Problema 202** Encontrar el lugar geométrico de los puntos  $P(x, y)$ , que cumplan que, la distancia de ellos a la recta  $x - y = 0$  y la distancia de ellos al punto  $A(1, 0)$ , es siempre la misma. Identifica de que figura se trata y encuentra las rectas tangente y normal a ella para  $x = 1$ .

**Problema 203** De una elipse horizontal y centrada en el origen se conoce su excentricidad 0,25 y el semieje mayor que es 8 cm. Calcular sus focos, vértices, ejes, distancia focal y ecuación.

**Problema 204** De una hipérbola horizontal y centrada en el origen se conoce su excentricidad 1,5 y el semieje real que es 4 cm. Calcular sus focos, vértices, ejes, distancia focal, asíntotas y ecuación.

**Problema 205** Encontrar el lugar geométrico de los puntos  $P(x, y)$ , que cumplan que, la distancia de ellos a la recta  $x - 2y = 0$  y la distancia de ellos al punto  $A(1, 0)$ , es siempre la misma. Identifica de que figura se trata y encuentra las rectas tangente y normal a ella para  $x = 1$ .

**Problema 206** Un cuerpo extraño a nuestra constelación ha irrumpido de forma violenta en ella, penetrando con una velocidad vertiginosa. Diferentes organismos internacionales dedicados al estudio de la astronomía se pusieron en contacto con el observatorio de las Islas Canarias (en el Teide) , desde donde se dio la alarma de este suceso. Dos jóvenes astrónomos , antiguos alumnos del colegio Villaeuropa, era los guardianes del cielo. La comunicación que dieron a la NASA fué bastante precisa; se trata de un cometa que arrastra en su cola un gran cantidad de meteoritos de diferentes tamaños. No existiría ningún riesgo para la Tierra si pasase a un distancia mayor de 2 (unidades astronómicas). También han comprobado que los puntos que recorre este cometa equidistan de la recta  $r : x + y = 0$  y del punto  $F(1, 0)$ . Precisan también que cuando la Tierra se encuentre en el punto  $P'(2, 1)$  será cuando estaremos más cerca del cometa.

La situación ya la tenían clara, el estudio de cónicas de 1º de Bachillerato les bastaba para hacer un primer cálculo de aproximación. Su antiguo y pesado profesor les preguntaría:

1. ¿Que curva describe el cometa?
2. Calcular su ecuación general.
3. Calcular las rectas tangente y normal a esta curva en  $x = 2$
4. ¿La Tierra se encuentra en peligro?

**Problema 207** Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos  $A(3, -1)$ ,  $B(1, 0)$  y  $C(0, 2)$ . Obtener su centro y su radio.

**Problema 208** De una elipse horizontal centrada en el origen se conoce su excentricidad  $e = \frac{1}{8}$  y su eje mayor de 24 cm. Se pide:

1. Calcular la longitud de sus ejes, la distancia focal, sus vértices y sus focos.

2. Calcular su ecuación general.

**Problema 209** Sea la recta  $r : 2x + y - 3 = 0$  y sea el punto  $P(1, 1)$ . Encontrar los puntos de la recta  $r$  que se encuentran a una distancia igual a 5 del punto  $P$ .

**Problema 210** Sea la recta  $r : \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-1}$ . Encontrar los puntos de la recta  $r$  que se encuentran a una distancia igual a 3 del origen de coordenadas  $O$ .

**Problema 211** De una elipse horizontal centrada en el origen se conoce su excentricidad  $e = \frac{1}{2}$  y su distancia focal 4 cm. Se pide:

1. Calcular la longitud de sus ejes, la distancia focal, sus vértices y sus focos.
2. Calcular su ecuación general.

**Problema 212** Sean los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(5, -2)$  y  $C(4, 6)$  tres vértices consecutivos de un triángulo. Se pide:

1. La ecuación de la circunferencia circunscrita.
2. El circuncentro.

**Problema 213** Se está trazando una autovía y Luis se encuentra preocupado porque su casa se encuentra en la zona de construcción. Para resolver su incertidumbre se dirige a la oficinas del ingeniero de caminos que lleva el proyecto. Ante un mapa topográfico le enseña el proyecto, la carretera se ha dibujado teniendo en cuenta que cualquier punto de la curva equidista de la casa de Luis, que se encuentra en el punto  $F(1, 2)$ , y la recta  $r : x - y = 0$ . También se informa de que su casa tiene que tener una separación de la autovía superior a 500 metros por los ruidos.

Su antiguo y pesado profesor le preguntaría:

1. ¿Que curva describe el autovía?
2. Calcular su ecuación general.
3. Calcular las rectas tangente y normal a esta curva en  $x = 1$
4. ¿Hay algún motivo de preocupación?

(Nota: los valores de los puntos y representación de las rectas viene dado en kilómetros)

**Problema 214** Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos  $A(0, -1)$ ,  $B(2, 0)$  y  $C(1, 3)$ . Obtener su centro y su radio.

**Problema 215** De una elipse horizontal centrada en el origen se conoce su excentricidad  $e = \frac{1}{8}$  y su eje mayor de 6 cm. Se pide:

1. Calcular la longitud de sus ejes, la distancia focal, sus vértices y sus focos.
2. Calcular su ecuación general.

**Problema 216** Sea la recta  $r : 3x - y + 2 = 0$  y sea el punto  $P(0, 1)$ . Encontrar los puntos de la recta  $r$  que se encuentran a una distancia igual a  $\sqrt{7}$  del punto  $P$ .

**Problema 217** Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos  $A(0, -2)$ ,  $B(3, 0)$  y  $C(1, 4)$ . Obtener su centro y su radio.

**Problema 218** Sea la recta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1}$  y sea el punto  $P(3, 3)$ . Encontrar los puntos de la recta  $r$  que se encuentran a una distancia igual a 5 del punto  $P$ .

**Problema 219** Calcular la recta tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 6 = 0$  en el punto  $P(3, 1)$ .

**Problema 220** Sea  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

**Problema 221** De una elipse horizontal conocemos su eje menor que mide 4 cm y tiene una excentricidad  $e = \frac{1}{4}$ . Calcular los datos que la definen, su ecuación general y las tangentes a esta cónica en los puntos de abscisa  $x = 1$ .

**Problema 222** Nuestro amigo Pablo ha pasado una temporada con los aborígenes australianos. Dice que es un auténtico experto en el lanzamiento del bumerang. Quiere hacer una demostración lanzándolo alrededor de Gloria, su compañera de clase. Gloria se había situado alejada de él en el punto  $A(2, 1)$  (hace falta tener mucho valor, yo no me pondría). El boomerang lanzado sigue una trayectoria curva, de forma que la distancia desde Gloria al boomerang es siempre igual a la distancia del boomerang a la recta  $r : x - y = 0$ . Se pide:

1. Identifica de que curva se trata.
2. Calcular la ecuación de esta curva.

3. ¿Se encuentra Gloria en peligro de ser golpeada por este artefacto sabiendo que las aspas del boomerang miden 50 cm? La escala del plano en las que hemos tomado las medidas esta determinada por cuadrados de  $50 \times 50$  cm.

[www.musaf.net](http://www.musaf.net)

## 2.4. Números complejos

**Problema 223** Halla todas las raíces de la raíz cúbica de 27.

**Problema 224** Calcular:

1.  $(2 - 4i)(1 + i)$
2.  $\frac{3 - i}{5 + 2i}$
3.  $(4 + i)^2$

**Problema 225** calcular y pasar a forma polar y paramétrica

1.  $\frac{2_{60^\circ}}{3_{15^\circ}}$
2.  $4_{40^\circ} \cdot 3_{80^\circ}$
3.  $(5_{40^\circ})^5$

**Problema 226** Calcular  $\sqrt[4]{z}$  donde  $z = 1 - 3i$

**Problema 227** Resolver la ecuación:  $z^2 - z + 2 = 0$

**Problema 228** Resolver la ecuación:  $z^3 + 1 = 0$ .

**Problema 229** Calcular:

1.  $(-1 + i) \cdot (2 + 3i), \frac{5 + i}{-1 + i}$
2. Si  $z_1 = 2 - i, z_2 = 5 + 2i$  y  $z_3 = 3 + i$  son tres números complejos, calcular  $z = 2z_1 - 3\bar{z}_2 + 5z_3$
3.  $(2 - i)^{10}$

**Problema 230** Resolver la ecuación  $z^4 + 16i = 0$  donde  $z$  es un número complejo.

**Problema 231** Si  $z = 3 - 4i$ , y  $w = -2 + i$  calcular:

1.  $z + w, z \cdot w$  y  $z/w$ .
2.  $z^9$
3. las raíces de  $\sqrt[4]{w}$

**Problema 232** Si  $z = 2 - 4i$ , y  $w = -1 + i$  calcular:

1.  $z + w, z \cdot w$  y  $z/w$ .

2.  $z^9$

3. las raíces de  $\sqrt[4]{w}$ 

**Problema 233** Sean  $z_1 = 3 - 2i$  y  $z_2 = -1 + 4i$ . Calcular:  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$  y  $\frac{z_1}{z_2}$ .

**Problema 234** Resolver la ecuación  $z^3 - 2i = 0$

**Problema 235** Sean  $z_1 = 2 + i$  y  $z_2 = -1 + 2i$ . Calcular:  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$  y  $\frac{z_1}{z_2}$ .

**Problema 236** Resolver la ecuación  $z^4 + 1 - i = 0$

**Problema 237** Dados los números complejos  $z_1 = 3 + 2i$  y  $z_2 = 5 - i$ . Se pide calcular:

1.  $z_1 + z_2$  y  $z_1 - z_2$

2.  $z_1 \cdot z_2$

3.  $\frac{z_1}{z_2}$

**Problema 238** Resolver la siguiente ecuación de segundo grado:

$$z^2 + z + 2 = 0$$

**Problema 239** Calcular las raíces de  $\sqrt[3]{3 - 4i}$

## Capítulo 3

# Ánàlisis

### 3.1. Representaciones gráficas

**Problema 240** Calcular

Sea la función

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 2x - 15}$$

1. Estudiar el dominio, puntos de corte, intervalos de crecimiento y decrecimiento, y determinar sus extremos relativos.
2. Calcular sus asíntotas.
3. Con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar la gráfica de la función.

**Problema 241**

Dada la función  $f(x) = x^3 - 2x + 1$  y la recta  $y = 2x + 1$

1. Calcular los extremos relativos de  $f(x)$ .
2. Estudiar la concavidad de  $f(x)$ .
3. Dibujar las gráficas de la función, de la recta, y señalar el recinto que encierran.
4. Calcular el área de dicho recinto.
5. Calcular la recta tangente y la recta normal a  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Problema 242**

Sea la función

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + x - 12}$$

1. Estudiar el dominio, puntos de corte, intervalos de crecimiento y decrecimiento, y determinar sus extremos relativos.
2. Calcular sus asíntotas.
3. Con los datos obtenidos en los apartados anteriores, dibujar la gráfica de la función.

**Problema 243** Sea la función

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 4}$$

Se pide:

1. Calcular el área que encierra esta función el eje  $OX$ , las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$ .
2. Calcular Las rectas tangente y normal a la función en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Problema 244** Dada la función

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}}$$

1. Calcular su dominio
2. Calcular sus asíntotas.

**Problema 245** Representar gráficamente la función  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

**Problema 246** Dada la función  $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Representación gráfica aproximada.

**Problema 247** Dada la función  $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.

3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Monotonía.
6. Máximos y Mínimos.
7. Representación gráfica aproximada.
8. Calcular el área encerrada por  $f(x)$ , las rectas  $x = 1$ ,  $x = 2$  y el eje  $OX$ .
9. Calcular la recta tangente y normal a  $f(x)$  en  $x = 2$

**Problema 248** Dada la función  $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Monotonía.
6. Máximos y Mínimos.
7. Representación gráfica aproximada.
8. Calcular el área encerrada por  $f(x)$ , las rectas  $x = 2$ ,  $x = 3$  y el eje  $OX$ .
9. Calcular la recta tangente y normal a  $f(x)$  en  $x = 2$

**Problema 249** Dada la función  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Monotonía.
6. Máximos y Mínimos.
7. Curvatura y puntos de inflexión

8. Representación gráfica aproximada.

**Problema 250** Dada la función  $f(x) = \frac{4x^2}{x-2}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Simetrías.
4. Asíntotas.
5. Monotonía.
6. Máximos y Mínimos.
7. Curvatura y puntos de inflexión
8. Representación gráfica aproximada.

**Problema 251** Dada la función  $f(x) = 3x^4 - 20x^3 - 6x^2 + 60x - 1$  Calcular:

1. Monotonía.
2. Máximos y Mínimos.
3. Curvatura

**Problema 252** Dada la función  $f(x) = x^4 - 14x^3 + 24x - 1$  Calcular:

1. Monotonía.
2. Máximos y Mínimos.
3. Curvatura

**Problema 253** Estudiar la monotonía, máximos y mínimos de las siguientes funciones

1.  $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x + 2}$
2.  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

**Problema 254** Dadas la curva:  $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.

3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.

**Problema 255** Dadas la curva:  $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.

**Problema 256** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^3 + 3}{x^2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.
8. Área encerrada entre la función, el eje de abscisas y las rectas  $x = 1$  y  $x = 3$ .
9. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abscisa  $x = 1$

**Problema 257** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 1}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.
8. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abscisa  $x = 2$

**Problema 258** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.

**Problema 259** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x + 1}{x}$ , calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.

**Problema 260** Sean la función real de variable real

$$f(x) = \frac{(x-2)^2}{x-1}$$

Se pide estudiar:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .
10. Calcular el área del recinto limitado por la curva el eje de abscisas y las rectas  $x = 2$  y  $x = 4$ .

**Problema 261** Sean la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

Se pide estudiar:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.

9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .

**Problema 262** Sean la función real de variable real

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

Se pide estudiar:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .

**Problema 263** Sea la función  $f(x) = \frac{x}{x-1}$ . Se pide:

1. Dominio.
2. Puntos de corte.
3. Signo.
4. Simetrías.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación aproximada de la gráfica.
9. Rectas tangente y normal a la gráfica en  $x = 2$ .

**Problema 264** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{2x-1}{(x+2)^2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes.
2. Dominio de definición.
3. Signo de la función.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Extremos.
8. Curvatura y puntos de Inflexión.
9. Representación aproximada.
10. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abcisa  $x = 2$

**Problema 265** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes.
2. Dominio de definición.
3. Signo de la función.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Extremos.
8. Curvatura y puntos de Inflexión.
9. Representación aproximada.
10. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abcisa  $x = 3$

**Problema 266** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}$ , calcule:

1. Corte con los ejes.
2. Dominio de definición.

3. Signo de la función.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Extremos.
8. Curvatura y puntos de Inflexión.
9. Representación aproximada.
10. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abcisa  $x = 3$

**Problema 267** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes.
2. Dominio de definición.
3. Signo de la función.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Extremos.
8. Curvatura y puntos de Inflexión.
9. Representación aproximada.
10. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abcisa  $x = 1$

**Problema 268** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ , calcule:

1. Corte con los ejes.
2. Dominio de definición.
3. Signo de la función.
4. Simetría.

5. Asíntotas.
6. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
7. Extremos.
8. Curvatura y puntos de Inflexión.
9. Representación aproximada.
10. Encontrar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a esta gráfica en el punto de abcisa  $x = 1$

**Problema 269** Dada la función  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$  Calcular:

1. Dominio.
2. Puntos de corte con los ejes.
3. Su signo.
4. Simetrías.
5. Asíntotas.
6. Monotonía.
7. Máximos y Mínimos.
8. Curvatura y puntos de inflexión
9. Representación gráfica aproximada.
10. Rectas tangente y normal en el punto de abcisa  $x = 2$
11. Área comprendida entre la función y las rectas  $x = -1/2$ ,  $x = 1/2$  e  $y = 0$ .

**Problema 270** Sean la función real de variable real

$$f(x) = \frac{(x - 3)^2}{x - 2}$$

Se pide estudiar:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.

5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las posibles rectas tangentes a  $f$  que sean paralelas a la recta  $y = -3x + 1$
10. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .
11. Calcular el área del recinto limitado por la curva el eje de abscisas y las rectas  $x = 3$  y  $x = 4$ .

**Problema 271** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{(x-2)^3}{x^2}$ , calcule:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las posibles rectas tangentes a  $f$  que sean paralelas a la recta  $y = x + 1$
10. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
11. Calcular el área del recinto limitado por la curva el eje de abscisas y las rectas  $x = 1$  y  $x = 3$ .

**Problema 272** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$ , calcule:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.

3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
10. Calcular la integral de esta función.

**Problema 273** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x}$ , calcule:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
10. Calcular la integral de esta función.

**Problema 274** Hallar una función polinómica de tercer grado tal que pasa por el punto  $(0, 1)$ , tenga un extremo relativo en  $(1, 2)$  y un punto de inflexión en  $x = 2$

**Problema 275** Dadas la curva:  $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$ , calcule:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.

3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .
10. Calcular una recta tangente a la gráfica de  $f$  paralela a la recta de ecuación:  $y = -\frac{9}{32}x - 1$
11. Calcular el área encerrada por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 2$  y  $x = 3$

**Problema 276** Dada la curva:  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$ , calcule:

1. Dominio de  $f$ .
2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
10. Calcular el área delimitado por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 0$  y  $x = 1$

**Problema 277** Dada la curva:  $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x^2}$ , calcule:

1. Dominio de  $f$ .

2. Puntos de corte.
3. Signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.
4. Simetría.
5. Asíntotas.
6. Monotonía y extremos relativos.
7. Curvatura y puntos de inflexión.
8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
10. Calcular el área delimitado por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$

**Problema 278** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$$

Se pide:

1. Calcular su dominio.
2. Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Calcular su signo.
4. Calcular su simetría.
5. Calcular sus asíntotas.
6. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
7. Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
8. Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .
9. Representación gráfica.
10. Calcular el área encerrada por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 2$  y  $x = 4$ .

**Problema 279** Dada la función

$$f(x) = \frac{x - 3}{(x - 1)^2}$$

Se pide:

1. Calcular su dominio.
2. Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Calcular su signo.
4. Calcular su simetría.
5. Calcular sus asíntotas.
6. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
7. Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
8. Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .
9. Representación gráfica.
10. Calcular el área encerrada por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 2$  y  $x = 3$ .

**Problema 280** Dada la función

$$f(x) = \frac{-x + 1}{x - 3}$$

Se pide:

1. Calcular su dominio.
2. Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Calcular su signo.
4. Calcular su simetría.
5. Calcular sus asíntotas.
6. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
7. Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.

8. Representación gráfica.
9. Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .
10. Calcular el área encerrada por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 281** Hallar una función polinómica de tercer grado tal que pasa por el punto  $(0, 2)$ , tenga un extremo relativo en  $(1, 3)$  y un punto de inflexión en  $x = 2$

**Problema 282** Dada la función

$$f(x) = \frac{3x - 1}{(x + 2)^2}$$

Se pide:

1. Calcular su dominio.
2. Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
3. Calcular su signo.
4. Calcular su simetría.
5. Calcular sus asíntotas.
6. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
7. Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
8. Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
9. Representación gráfica.
10. Calcular el área encerrada por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 283** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x + 1}$$

Se pide:

1. Calcular su dominio.
2. Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.

3. Calcular su signo.
4. Calcular su simetría.
5. Calcular sus asíntotas.
6. Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
7. Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
8. Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
9. Representación gráfica.
10. Calcular el área encerrada por la función, el eje  $OX$  y las rectas  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 284** Dada la función

$$f(x) = \frac{2x}{x-1}$$

Calcular:

1. Asíntotas
2. Extremos relativos
3. Representación gráfica aproximada.
4.  $\int f(x) dx$

**Problema 285** Hallar una función polinómica de tercer grado tal que pasa por el punto  $(0, 0)$ , tenga un extremo relativo en  $(1, 1)$  y un punto de inflexión en  $x = 2$ .

### 3.2. Límites

**Problema 286** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x - 1}{x^5 + x^4 + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - 1}{x^3 + 3} \right)^{2x^3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^4 + x - 1}{3x^4 + 1} \right)^{x^3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^3 + 1}{3x^3 + x^2 - 1} \right)^{2x - 1}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 + x + 1}{2x^3 - 1} \right)^{3x}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^{2x}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x^4 - 3x^2 + 4x - 1}{x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 2x^2 - x}{x^4 - 3x^2 + x} = -1$$

$$11. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{x + 6}}{x - 3} = \frac{5}{6}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x - \sqrt{2 - x}} = \frac{2}{3}$$

**Problema 287** Por L'Hôpital:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sin x}$$

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x^2}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{e^x - 1}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - 4x + 1}{x^4 - x^3 + 3x - 3}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{x - 2}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x}$

**Problema 288** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 7x - 3}{x^3 - 2x^2 - 4x + 3}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 7} - 3}{x - 4}$

**Problema 289** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{x^2+1}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2} \right)^{x^2/2}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^5 + 3x - 1}{5x^5 + 1} \right)^{2x+1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x - 1}{3x + 2} \right)^{3x}$
5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 - 6x - 16}{x^4 + 2x^3 + x^2 + x - 2}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 + x^3 - 2x^2 + x - 3}{3x^3 + 2x^2 - 4x - 1}$
7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 + 2x^3 - 2x^2}{x^3 + x^2 + x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{2x^4 - 2}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 11} - 4}{x - 3} = \frac{9}{4}$
10.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{13 - x^2} - 3}{x - 2}$
11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$
12.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{2x}}{\sin x}$
13.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \sin x)}{\ln(1 + \sin x)}$
14.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - \cos x}{\sin^2 x}$
15.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$
16.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^x = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$

**Problema 290** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^3 - 3x - 1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{x^3 + x - 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 - x - 1}{5x^2} \right)^{x+1}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^3 + x + 1}{x^3 + 3} \right)^{\frac{x^2+1}{2}}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{2x}$

**Problema 291** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - 3}{x^3 + x^2 - x - 1}$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-3} - 1}{x-2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 5x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2} - x}{x+1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{x^2-16}}{x-5}$$

**Problema 292** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x - 1}{3x^3 + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^5 + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x - 1}{x^4 + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1} \right)^{3x^2 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x - 1}{2x^2} \right)^{2x - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x} \right)^{2x}$$

**Problema 293** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 1}{x^4 - x^3 + 2x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2+1} - 3}{x-2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2+x+2} - x}{x-1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2\sqrt{x-1} - 2}{x-2}$$

**Problema 294** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 + x - 2}{2x^3 - x - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 3x - 1}{-x^2 + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+1}{2x} \right)^{x-3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x^2-1} - \sqrt{2x-1}}{x-1}$$

**Problema 295** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^5 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x-1} - x}{x^2 - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x} \right)^{2x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - 1}{-x^3 - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^3+1}}{x+2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x+2}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - e^x + 1}{1 - \cos x}$$

**Problema 296** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - x + 1}{3x^5 + 6}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x}{x^6 + x - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 3x^2 - x + 1}{-2x^4 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{\frac{3x^2 - 1}{3}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 + 1}{2x^3} \right)^{3x-1}$$

**Problema 297** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 + 2x^5 - 1}{5x^6 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^4 + x}{x^6 + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x^5 - 2x + 1}{-3x^4 + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x^2 + 3}{2}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4 + 1}{2x^4} \right)^{x+2}$$

**Problema 298** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^5 - x - 1}{3x^4 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{2x^6 - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x^3 + 5x + 1}{-9x^3 + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 + x^2 - 1}{x^3 + 1} \right)^{\frac{x^2 - x + 3}{2}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 5}{x - 1} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - x + 1}{2x^3 + 5} \right)^{x-2}$$

**Problema 299** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 2}{3x - 1} \right)^{2x-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 1}{x - 1} \right)^{x+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^3 - 2x - 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^4 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + 1} - 3}{x - 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 11} - 4}{x - 3}$$

**Problema 300** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 2}{2x - 1} \right)^{2x+1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x - 2}{x + 3} \right)^{x-1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 4x - 8}{x^3 + x - 10}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^6 - 1}{x^5 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x - 3}$$

**Problema 301** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 - x + 1}{3x^5 + 6}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x}{x^6 + x - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 3x^2 - x + 1}{-2x^4 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{\frac{3x^2 - 1}{3}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 + 1}{2x^3} \right)^{3x-1}$$

**Problema 302** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^6 + 2x^5 - 1}{5x^6 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x^4 + x}{x^6 + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x^5 - 2x + 1}{-3x^4 + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \right)^{\frac{x^2 + 3}{2}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^4 + 1}{2x^4} \right)^{x+2}$$

**Problema 303** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^5 - x - 1}{3x^4 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{2x^6 - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + 4x^3 + 5x + 1}{-9x^3 + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^3 + x^2 - 1}{x^3 + 1} \right)^{\frac{x^2 - x + 3}{2}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x-1} \right)^{2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3 - x + 1}{2x^3 + 5} \right)^{x-2}$$

**Problema 304** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 3x^2 + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 3}{-x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x - 1}{2x^3 + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{3x^2 - x - 1}}{2x - 3} \right)$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 3} \right)^{\frac{x^2-1}{2}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-2} \right)^{x+1}$$

**Problema 305** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{-x + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2}}{x+5}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 3x}{3x^3 + 5}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{5x^2+x-1}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 - 1} \right)^{x^2+2}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2}$$

**Problema 306** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{-x^2 + 2}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x^2 - x + 1}{3x^3 - x - 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x^2 - 1}}{-x^2 - 1}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 2} \right)^{x^2 - 1}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 1}{2x} \right)^{x - 2}$

**Problema 307** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt{3x^2 + x} \right)$
2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x + 1}}{x - 3}$

**Problema 308** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x + 1}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2 + 1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 1}{-x^2 + 3}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{2x^4 - 3x}}{2x^2 - 1} \right)$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{x + 1}}{x + 3} \right)$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{x^3 + 2}}{x - 1} \right)$
7.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^3 - 1}{3x^3} \right)^{x^2 + 2}$

8. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1} \right)^{2x}$$

9. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^3 + x - 1}{2x^3 + 2} \right)^{x^2 - 1}$$

10. 
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}{x^2 - 5x + 6}$$

11. 
$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x + 4} - 4}{x - 4}$$

12. 
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{3x - 2}}{x - 1}$$

13. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{2x + 5})$$

14. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 2})$$

**Problema 309** Calcular los siguientes límites:

1. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{x^3 - 3x^2 + 1}$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 3}{-x + 2}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x - 1}{2x^3 + 2}$$

4. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt{3x^2 - x - 1}}{2x - 3} \right)$$

5. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + x - 1}{x^2 + 3} \right)^{\frac{x^2 - 1}{2}}$$

6. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 2}{x - 2} \right)^{x+1}$$

**Problema 310** Calcular los siguientes límites:

1. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{-x + 2}$$

2. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + 2}}{x + 5}$$

3. 
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^3 + 3x}{3x^3 + 5}$$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{5x^2 + x - 1}}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x - 1}{3x^2 - 1} \right)^{x^2+2}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x^2} \right)^{2x^2}$

**Problema 311** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 3x^2 - 1}{x^3 + 2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 1}}{-x^2 + 2}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 2x^2 - x + 1}{3x^3 - x - 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x^2 - 1}}{-x^2 - 1}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 + 2} \right)^{x^2-1}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 1}{2x} \right)^{x-2}$

**Problema 312** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 - 3})$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sqrt{x^2 + 1} + 3}{x - 1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^3 - 3x^2 - 4x + 1}{x^3 + 2x^2 - 2x - 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x - 4}{2x^2 - 3x - 2}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x + 1}}{x - 2}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x + 1}}{x - 3}$

**Problema 313** Resuelve los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - \sqrt{x^2 - x})$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x - 1}{2x^2 + x} \right)^{x^3 + 2}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 3}{x - 1} \right)^{2x - 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 3x - 2}{2x^3 + 2x^2 - 7x + 3}$
5.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x^2 - 2} - \sqrt{x^2 + 7}}{x - 3}$
6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{e^x - 1}$
7.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x \sin x}$

**Problema 314** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + x + 1})$
2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x + 1}}{x - 3}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - \sqrt{2x^5 + 1} + x - 1}{x^3 - x + 1}$

**Problema 315** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - 2x^2 - 8}{x^2 - x - 2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - \sqrt{x + 1}}{x - 3}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 1})$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2\sqrt{x} + 1}{3x^3 + x - 1}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 1}{x} \right)^{2x - 1}$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + 3}{3x^2} \right)^{\frac{x+1}{2}}$$

**Problema 316** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x - 1}{2x^3 + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x^3 - 3x - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{x^3 + x - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{5x^2 - x - 1}{5x^2} \right)^{x+1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^3 + x + 1}{x^3 + 3} \right)^{\frac{x^2+1}{2}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - 1} \right)^{2x}$$

**Problema 317** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x^3 + 3x^2 - 3}{x^3 + x^2 - x - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 5x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2} - x}{x + 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3 - \sqrt{x^2 - 16}}{x - 5}$$

**Problema 318** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x - 1}{3x^3 + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 1}{x^5 + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + x - 1}{x^4 + 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 + x}{x^2 - 1} \right)^{3x^2 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x - 1}{2x^2} \right)^{2x - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 1}{x} \right)^{2x}$$

**Problema 319** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 1}{x^4 - x^3 + 2x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x - 1} - \sqrt{x + 1})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 + 1} - 3}{x - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 2x^3 - x^2 - x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 + x + 2} - x}{x - 1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2\sqrt{x - 1} - 2}{x - 2}$$

**Problema 320** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 2x^2 - x + 8}{2x^3 + x - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^3 + x^2 - x + 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 + 2x^3}{x^2 + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 1} \right)^{x + 8}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 5}{2x^2 + 3} \right)^{\frac{x + 5}{2}}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+8}{2x-1} \right)^{x-3}$$

**Problema 321** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x + 1}}{x + 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^3 + 1}{\sqrt{x + 5}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2x+1}{2x+3}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^3 - 1}}{x^2 + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + \sqrt{3x-1} + 5}{2x^3 + 5}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-1})$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x + 2} - \sqrt{x^2 + 2x - 1})$$

$$8. \text{ Sabiendo que } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x} \right)^{nx} = 5, \text{ calcular } n.$$

**Problema 322** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x} \right)^{3x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x - 2}{x^3 - 3x^2 + x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x^2}}{x-1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x}{x + \sin x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + x - 1})$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^4 + x - 1}}{-x^2 + 2}$$

**Problema 323** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 + x} - \sqrt{2x^2 + 1})$$

2. Calcular  $n$  que cumpla:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + 1} \right)^{2nx} = 5$$

3.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{3x + 1}}{x - 5}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^3 - 10x - 4}{x^3 + x^2 - 7x + 2}$

**Problema 324** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 + 3x - 2})$

2. Calcular  $n$  que cumpla:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + x - 1} \right)^{nx} = 7$$

3.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - \sqrt{4x + 1}}{x - 2}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 12}{x^3 - 5x - 12}$

5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^x - 1}{e^x + 2}$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x^2 + \sin x}$

8.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x}$

**Problema 325** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x - 1} - \sqrt{3x^2 + 2x - 8})$

2. Calcular  $n$  que cumpla:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 1} \right)^{3nx} = 2$$

3.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{4x + 2}}{x - 5}$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 14}{x^3 + x^2 - 6x + 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 2x^2 - 1}{3e^{2x} + x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - e^x}{\sin(2x)}$$

**Problema 326** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 5x - 1} \right)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 5}{x - 1} \right)^{x^2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 1}{3x} \right)^{x+2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 1 - \cos x}{x \sin x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^5 + 2x^3 - 7x^2 + 2}{x^3 + 3x^2 - 5x + 1}$$

**Problema 327** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{3x^2 - 1} - \sqrt{3x^2 - x + 5} \right)$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x - 1}{2x} \right)^{x^2 - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x + 1}{x - 3} \right)^{2x+1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2 - 2 \cos x}{x \cos x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 12x + 4}{3x^3 + x^2 - 10x - 8}$$

**Problema 328** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{4x^2 - x + 1} - \sqrt{4x^2 + 2} \right)$$

$$2. \text{Calcular } n \text{ sabiendo que } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 5}{3x - 1} \right)^{2nx} = 3$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^x - x^2}{3e^x}$$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{\ln(\sin x + 1)}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5x^4 - 2x + 1}}{2x^2 - 2}$

**Problema 329** Calcular los siguientes límites

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2} - \sqrt{5x^2 + x - 1})$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x + 8}{3x - 1} \right)^{x+2}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xe^x - 2x}{5x^2 + 1}$
4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x + 1 - \cos x}{x \sin x + 3x}$
5. Calcular  $n$  sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x + 8}{3x - 1} \right)^{3nx} = 2$

**Problema 330** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 2x^2 - x - 7}{2x^3 + 5x - 1}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - 1}{2x^3 - 3x^2 - x + 1}$
3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^4 - 2x^3 + x - 1}{3x^2 + 3}$
4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x^2 - 5x - 6}{2x^2 + x - 1} \right)^{3x+8}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 6x + 5}{7x^2 + 3} \right)^{\frac{x+4}{2}}$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{6x + 7}{6x - 1} \right)^{x-3}$

**Problema 331** Calcular los siguientes límites:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - 3x - 1}}{x + 2}$
2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^7 + 5}{\sqrt{2x + 5}}$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{5x+1}{8x+3}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^3-1}}{x^2+2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2-2x+2} - \sqrt{x^2+x-1})$$

$$6. \text{ Sabiendo que } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x-5}\right)^{nx} = 3, \text{ calcular } n.$$

**Problema 332** Calcular los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^3 + 3x + 1}{x^3 - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2-4} - \sqrt{x+6}}{x-2}$$

**Problema 333** Calcular los siguientes límites

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2+x-1} - \sqrt{3x^2-5x+8})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x+2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x - 2x - 2}{5 \sin x + x}$$

$$4. \text{ Calcular } n \text{ sabiendo que } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x-8}{3x+1}\right)^{3nx} = 2$$

### 3.3. Derivadas

**Problema 334** Calcular las siguientes derivadas:

1.  $y = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{x + 2}\right)$

2.  $y = e^{x^2 - x - 1}$

3.  $y = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$

4.  $y = (x^2 + 1)(x - 1)$

**Problema 335** Calcular las siguientes derivadas:

1.  $y = \frac{x^3 - 2}{x^2 + x - 1}$

2.  $y = \ln x \cdot \cos(x^2 - 1)$

3.  $y = \ln \frac{x^3 - x + 1}{x^2 - 1}$

4.  $y = \log_7(\sin x)$

5.  $y = e^{x \cos x}$

6.  $y = 5^{\cos(x^2 - 1)}$

7.  $y = \arcsin(x^2 - 1)$

8.  $y = \arccos\left(\frac{x - 1}{x}\right)$

9.  $y = \arctan(\ln x)$

10.  $y = e^x \cdot \sin(x^3 - 1)$

**Problema 336** Calcular las siguientes derivadas

1.  $y = 3^{x^2 - 1} \cdot \sin(x + 1)$

2.  $y = \arcsin(e^x)$

3.  $y = \arccos(5^{x^2 - 1})$

4.  $y = (x^2 - 1)(2x + 1)$

5.  $y = x^3 \ln x$

6.  $y = \sqrt[3]{(2x - 1)^2}$

7.  $y = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

8.  $y = \sqrt{\frac{x-1}{x}}$

9.  $y = \log_3 e^{x^2-1}$

10.  $y = \frac{1}{x^3 - x + 1}$

**Problema 337** Calcular las siguientes derivadas:

a)  $y = \arctan(x^2 - 1)$    b)  $y = e^x(\cos x - 1)$    c)  $y = \ln\left(\frac{\sin x}{x^2 + 1}\right)$

d)  $y = e^{\sin x - 1}$    e)  $y = \sqrt{x^2 - 1}$

**Problema 338** Calcular la recta tangente y normal a la función

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x + 3} \text{ en el punto } x = 2.$$

**Problema 339** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1.  $y = (x^2 - x + 1)^{10}$

2.  $y = x^3 \ln x$

3.  $y = \ln\left(\frac{x^2+2}{x-1}\right)$

4.  $y = e^{x^2+1}$

5.  $y = 3^{5x-1}$

6.  $y = \log_5(x^2 + 1)$

7.  $y = (x^2 + 1)^{\ln(2x)}$

8.  $y = \frac{x^2-3x-1}{x+2}$

**Problema 340** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Problema 341** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1.  $y = (x^4 - 3x^2 + x - 1)^{14}$

2.  $y = x^5 e^{x^2-1}$

3.  $y = \ln\left(\frac{x^3+2}{2x-1}\right)$

4.  $y = e^{x^4+x-1}$

5.  $y = 5^{x^3+x-1}$

6.  $y = \log_9(x^3 + 3x - 1)$

7.  $y = (x^3 + x - 1)^{\ln(2x+1)}$

8.  $y = \frac{x^2-3x-1}{x+2}$

**Problema 342** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{2x^2+3}{2x-1}$  en el punto de abcisa  $x = 1$ .

**Problema 343** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1.  $y = (x^2 - x)^{10}(x + 1)^5$

2.  $y = \frac{3x^2 - x - 1}{x + 2}$

3.  $y = (3x - 1)^{2x+1}$

4.  $y = \ln\sqrt{\frac{2x+1}{x+3}}$

5.  $y = e^{\sqrt{x-2}}$

6.  $y = x^{\sqrt{x}}$

**Problema 344** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$  en el punto de abcisa  $x = 1$ .

**Problema 345** Calcular las siguientes derivadas:

1.  $y = \arctan(x^2 - 1)$

2.  $y = (x^2 - 1)^{2x}$

3.  $y = \ln(x^2 + 1)$

4.  $y = \frac{2x-2}{x^2}$

5.  $y = e^{x^2-1}$

6.  $y = \sin(2x - 1)$

7.  $y = \tan(x^2 + 2)$

**Problema 346** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1.  $y = (x^2 - x + 1)^{11}$

2.  $y = x \ln x$

3.  $y = \ln \left( \frac{x^2+x}{x^2-1} \right)$

4.  $y = e^{x^2-1}$

5.  $y = 5^{5x-1}$

6.  $y = \log_3(x^2 + 1)$

7.  $y = (x^2 - 1)^{\ln(x)}$

8.  $y = \frac{x^2+x-5}{x-3}$

**Problema 347** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Problema 348** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1.  $y = (x^3 - 2x + 1)^{11}$

2.  $y = x^2 \ln x$

3.  $y = \ln \left( \frac{x^2+1}{x^2-1} \right)$

4.  $y = e^{2x^2-1}$

5.  $y = 3^{4x-1}$

6.  $y = \log_3(x^2 - 1)$

7.  $y = (2x^2 + 1)^{\ln(x)}$

8.  $y = \frac{x^2-2x+5}{x-3}$

**Problema 349** Calcular las rectas tangente y normal a la función  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Problema 350** Calcular la derivada de las siguientes funciones:

1.  $f(x) = \ln \left( \frac{3x^2 - 2x}{x + 1} \right)$

2.  $f(x) = \csc \frac{x^2 - 1}{x + 2}$

**Problema 351** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (x^2 + 1)^8$
2.  $y = \sin(x^2 - 1) \cdot (x^2 + 2)$
3.  $y = \frac{e^x}{x^2 - 1}$
4.  $y = \ln \left( \frac{x^2 + 1}{x + 2} \right)$
5.  $y = e^{x^2 + x - 1}$
6.  $y = \tan(x^2 + x - 8)$

**Problema 352** Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones

1.  $f(x) = \frac{x + 3}{x - 1}$  en  $x = 2$
2.  $f(x) = \frac{3x + 1}{x + 2}$  en  $x = 0$
3.  $f(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$  en  $x = 2$
4.  $f(x) = (x^2 - 1)^4$  en  $x = 2$

**Problema 353** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (\cos x)^x$
2.  $y = \ln \left( \frac{\cos x + 1}{\sin x} \right)$
3.  $y = \arctan(x^3 - 5)$

**Problema 354** Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones

1.  $f(x) = \frac{e^x}{x + 2}$  en  $x = 0$
2.  $f(x) = \frac{\ln x}{x + 5}$  en  $x = 1$

**Problema 355** Resuelve las siguientes derivadas:

1.  $f(x) = (4x^2 - 1)^{10}$

2.  $f(x) = e^{\sin x}$
3.  $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$

**Problema 356** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (x^3 - 2x^2 + 1)^8$
2.  $y = e^{x^2 - 3x + 1}$
3.  $y = e^{2x} \cdot (x^2 + x - 1)$
4.  $y = \frac{\sin(x^2)}{e^{2x}}$
5.  $y = \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)$

**Problema 357** Calcular las rectas tangente y normal de la siguiente función

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$$

en  $x = 2$

**Problema 358** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (3x^2 - x + 1)^8$
2.  $y = \sin(2x - 1) \cdot \ln(2x - 1)$
3.  $y = e^{\cos 2x}$
4.  $y = \ln\left(\frac{\cos x}{x^2 + 1}\right)$
5.  $y = \frac{\sin(x^2 + 1)}{e^x}$
6.  $y = \tan(x^2 + 1)$
7.  $y = 7^{x \sin x}$
8.  $y = \log_5\left(\frac{x^2 - 1}{x + 8}\right)$
9.  $y = (x^2 + 2)^{x+1}$

**Problema 359** Calcular las rectas tangente y normal de la siguientes funciones en  $x = 2$ :

1.  $f(x) = e^{x^2-1}$
2.  $f(x) = x^2 - x + 1$
3.  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

**Problema 360** Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1.  $y = \frac{x^2 + 8}{x - 1}$
2.  $y = e^{x^2+5} \cdot \sin x$
3.  $y = \ln\left(\frac{\sin x}{x^2}\right)$
4.  $y = (x^2 + 5)^{\cos x}$
5.  $y = (\ln x)^5$
6.  $y = 2^{\cos x}$
7.  $y = e^{x^2-1}$
8.  $y = \log_5(x^2 + 2)$

**Problema 361** Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones

1.  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 5}$  en  $x = 1$
2.  $f(x) = e^{x+1}$  en  $x = -1$

**Problema 362** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = e^x \csc(x^2 + 1)$
2.  $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$
3.  $y = \ln \frac{\sin x}{x + 1}$
4.  $y = e^{x+1} \cos x$
5.  $y = \sin^{10}(x^2 + 1)$
6.  $y = \frac{x^2}{\arctan x}$

**Problema 363** Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones

1.  $f(x) = \frac{e^x + 1}{x}$  en  $x = 1$
2.  $f(x) = x^2 \sin x$  en  $x = \frac{\pi}{2}$

**Problema 364** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (10x^3 + 1)^{12}$
2.  $y = e^{3x^2+1}$
3.  $y = e^x \sin x$
4.  $y = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + 2}$
5.  $y = \ln \left( \frac{x^2 + 8}{x^2 - 3} \right)$
6.  $y = 7^{x^2+1}$
7.  $y = (x^2 + 2)^{x-1}$

**Problema 365** Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones en el punto de abscisa  $x = 1$

1.  $f(x) = \frac{3x}{x^2 + 2}$
2.  $f(x) = e^{x^2+1}$

**Problema 366** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (x^2 + x - 1)^{12}$
2.  $y = (\sin x) \ln x$
3.  $y = 2x \tan x$
4.  $y = \ln \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 - 2} \right)$
5.  $y = \arctan(x^2 + 2)$
6.  $y = 7^{x^2+5}$
7.  $y = e^x \cos 2x$
8.  $y = \frac{\sin x}{x^2 + 1}$

9.  $y = (x^2 - 1)^{\sin x}$

**Problema 367** Calcular las rectas tangente y normal de la siguiente función en el punto de abscisa  $x = 1$

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 + 1}$$

**Problema 368** Calcular la derivada de las siguientes funciones

1.  $y = (9x^2 + 1)^7$

2.  $y = 2x \arctan x$

3.  $y = \frac{x^2 + 5}{\sin x}$

4.  $y = (3x - 1)^{\cos x}$

**Problema 369** Calcular las rectas tangente y normal de la siguiente función en el punto de abscisa  $x = 1$

$$f(x) = e^{x^2-1}$$

### 3.4. Continuidad y derivabilidad

**Problema 370** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3ax^2}{2} - bx + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ ax^3 + bx^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Calcular los parámetros  $a$  y  $b$ , de manera que la función  $f(x)$  sea continua y derivable en  $x = 2$ .

**Problema 371** Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2kx^2 + 2x - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - k^2x - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

1. Calcular  $k$  para que  $f(x)$  sea continua  $\mathbb{R}$ .
2. Comprobar si la función es derivable para ese valor de  $k$  que hemos calculado anteriormente.

**Problema 372** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - bx - 1 & \text{si } x < 1 \\ ax^3 - 3x + b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcular  $a$  y  $b$  de manera que  $f(x)$  cumpla las condiciones del teorema del valor medio.

**Problema 373** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax + b & \text{si } x < 1 \\ ax^2 - bx + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Calcular  $a$  y  $b$  de manera que  $f(x)$  cumpla las condiciones del teorema del valor medio.

**Problema 374** Calcular  $a$  y  $b$  para que la función siguiente sea continua y derivable.

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 2bx + 2 & \text{si } x < 1 \\ bx^2 - 3x - a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

**Problema 375** Estudiar la continuidad y la derivabilidad de la función siguiente

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 3x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ 2x^2 + \ln(1+x) + 1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**Problema 376** Estudiar la continuidad de las funciones siguientes:

1.

$$f(x) = \begin{cases} 6x^2 + \frac{1}{x+1} - e^x & \text{si } x < 0 \\ 2x^2 + x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

2.

$$f(x) = \begin{cases} 5x^2 + \sin 2x & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + \cos 2x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**Problema 377** Dada la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{4x - 2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

estudiar su continuidad y derivabilidad en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Problema 378** Dada la función real de variable real

$$f(x) = |3x - 2|$$

estudiar su continuidad y derivabilidad en  $R$ .

**Problema 379** Calcular  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^2 - bx + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + ax + b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable.

**Problema 380** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 1 & \text{si } x < 0 \\ (x - 1)^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ x^2 + 3x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

en los puntos  $x = 0$  y  $x = 1$ .

**Problema 381** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{si } x < 2 \\ (x - 2)^2 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 2x - 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

en los puntos  $x = 2$  y  $x = 3$ .

**Problema 382** Dada la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 6 & \text{si } x < 2 \\ \frac{4 - 2x}{x} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

estudiar su continuidad y derivabilidad en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Problema 383** Dada la función real de variable real

$$f(x) = |2x - 3|$$

estudiar su continuidad y derivabilidad en  $R$ .

**Problema 384** Calcular  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - bx}{x - 2} & \text{si } x < 1 \\ 2x^2 + 3bx - a & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable.

**Problema 385** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 & \text{si } x < -1 \\ \frac{x + 1}{2} & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

en los puntos  $x = -1$  y  $x = 2$ .

**Problema 386** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 1 \\ 2x & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 3x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

en los puntos  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 387** Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax^2 - bx + a}{x} & \text{si } x \leq -1 \\ bx^2 - ax - 1 & \text{si } x > -1 \end{cases}$$

calcular  $a$  y  $b$  de manera sea continua y derivable.

**Problema 388** Estudiar la continuidad y la derivabilidad de las siguientes funciones:

1.  $f(x) = |x - 5|$

2.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ -(2x + 1) & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

**Problema 389** Estudiar la continuidad de las siguientes funciones:

1.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x+7} & \text{si } x < 1 \\ \frac{x}{3x} & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

en los puntos  $x = 1$  y  $x = 2$

2.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2}{x} & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 + 2 & \text{si } 1 < x < 5 \\ 2x & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$$

en los puntos  $x = 1$  y  $x = 5$

**Problema 390** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{si } x < 0 \\ (3x - 1)^2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 3x + 1 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ 2x^3 - 1 & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

en los puntos  $x = 0$ ,  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 391** Calcular el valor de  $k$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 3kx^3 - kx + 1 & \text{si } x < 2 \\ (k + 1)x^2 - 2x + k & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

sea continua.

**Problema 392** Dada la función real de variable real

$$f(x) = \begin{cases} 3x^3 - 2x^2 + x - 1 & \text{si } x < 1 \\ 5x^2 - 6x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

estudiar su continuidad y derivabilidad en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Problema 393** Calcular  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 2ax^3 - bx^2 + 5a & \text{si } x < 1 \\ 4bx^2 - ax + b + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable.

**Problema 394** Calcular  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^3 - 2bx^2 + 3 & \text{si } x < 1 \\ ax^2 + bx - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable.

**Problema 395** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ x^3 & \text{si } 1 < x \leq 2 \\ x^2 + 2 & \text{si } 2 < x \end{cases}$$

en los puntos  $x = 0$ ,  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**Problema 396** Estudiar la continuidad de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ \frac{2x}{x-1} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

en toda la recta real.

**Problema 397** Calcular el valor de  $k$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 - \sin(x-1) + k + 1 & \text{si } x < 1 \\ x^3 + kx^2 - \ln x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua.

**Problema 398** Calcular  $a$  y  $b$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2bx + 3 & \text{si } x < 1 \\ x^2 + 2ax - b & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

sea continua y derivable.

**Problema 399** Estudiar la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función, esbozando su representación gráfica:

$$f(x) = |x^2 + 3x - 10|$$

**Problema 400** Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2bx + 1 & \text{si } x < 2 \\ 2ax^2 + bx + 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Hallar  $a$  y  $b$  de manera que  $f$  cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo  $[0, 3]$ . Encontrar aquellos puntos que el teorema asegura su existencia.

**Problema 401** Dada la función  $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$  se pide:

1. Representación gráfica de forma aproximada y su forma como una función definida por ramas
2. Estudiar su continuidad y derivabilidad a la vista del estudio anterior.

**Problema 402** Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - bx + 1 & \text{si } x < 1 \\ 3ax^2 + 2bx + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Hallar  $a$  y  $b$  de manera que  $f$  cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo  $[0, 2]$ . Encontrar aquellos puntos que el teorema asegura su existencia.

**Problema 403** Dada la función  $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$  se pide:

1. Representación gráfica de forma aproximada y su forma como una función definida por ramas
2. Estudiar su continuidad y derivabilidad a la vista del estudio anterior.

**Problema 404** Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 3ax^2 - 2bx + 1 & \text{si } x < 1 \\ bx^2 + 2ax - 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Hallar  $a$  y  $b$  de manera que  $f$  cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo  $[0, 2]$ . Encontrar aquellos puntos que el teorema asegura su existencia.

### 3.5. Integrales

**Problema 405**

Calcular las siguientes integrales:

1.  $\int \frac{\ln x}{x} dx$
2.  $\int \frac{3x^2}{2x^3 - 1} dx$
3.  $\int e^x \sin e^x dx$
4.  $\int \frac{2x}{1 + x^2} dx$
5.  $\int \frac{1}{1 + x^2} dx$
6.  $\int 2x^2 e^{x^3-1} dx$
7.  $\int x 2^{x^2+1} dx$
8.  $\int \frac{2x + 1}{x^2 + x - 1} dx$
9.  $\int \frac{2x^2}{\cos^2(x^3)} dx$
10.  $\int x \sqrt{x^2 - 1} dx$

**Problema 406** Calcular las siguientes integrales

1.  $\int \left( 2x^3 - \frac{3}{\sqrt{4x-8}} + \frac{5}{x} \right) dx$
2.  $\int x(6x^2 + 1)^{12} dx$
3.  $\int \frac{2x + 3}{(x^2 + 3x - 1)^5} dx$
4.  $\int \frac{5x^2}{x^3 + 8} dx$
5.  $\int (6x^2 - 1)e^{2x^3-x} dx$
6.  $\int 5x^2 \sin(3x^3 + 2) dx$

7. 
$$\int \frac{x^2}{1 + (x^3 + 1)^2} dx$$

8. 
$$\int \frac{x^2}{\cos^2(x^3 + 3)} dx$$

**Problema 407** Calcular las siguientes Integrales:

1. 
$$\int \frac{x^2 + \sqrt{x} - 1}{x} dx$$

2. 
$$\int x e^{x^2-1} dx$$

3. 
$$\int \left( x^2 - \frac{1}{x} \right) dx$$

4. 
$$\int \frac{x}{\cos^2(x^2 - 1)} dx$$

5. 
$$\int \frac{x^3 - 1}{x^2 + 1} dx$$

**Problema 408** Calcular las siguientes integrales:

1. 
$$\int x e^{5x^2-1} dx$$

2. 
$$\int x e^x dx$$

3. 
$$\int \frac{5x}{x^2 + 8} dx$$

**Problema 409** Resuelve las siguientes integrales:

1. 
$$\int \frac{x^3 + 2}{x^2 - 4x + 3} dx$$

2. 
$$\int x \ln x dx$$

3. 
$$\int \frac{4x}{1 + x^4} dx$$

**Problema 410** Calcular las integrales siguientes:

1. 
$$\int x e^{7x^2-1} dx$$

2. 
$$\int \frac{2x}{1 + x^4} dx$$

3.  $\int x^4 \ln x \, dx$

4.  $\int \frac{x^3 - \sqrt{x} + 5x - 1}{x^2} \, dx$

**Problema 411** Calcular las siguientes integrales:

1.  $\int \left( \frac{3x^2 + \sqrt{x} - 2}{x^3} \right) \, dx$

2.  $\int (x^3 + 3x + 5e^x) \, dx$

3.  $\int \frac{x^2}{5x^3 + 1} \, dx$

4.  $\int x \sin(3x^2 + 8) \, dx$

**Problema 412** Resuelve las siguientes integrales:

1.  $\int \left( \frac{x^2 + x - 1}{x^2} \right) \, dx$

2.  $\int (5xe^{x^2+3}) \, dx$

3.  $\int x \cos x \, dx$

4.  $\int xe^x \, dx$

5.  $\int \frac{x^3}{x^2 + x - 2} \, dx$

**Problema 413** Resuelve las siguientes integrales:

1.  $\int \left( \frac{3x^2 + 2x - 5}{x^2} \right) \, dx$

2.  $\int (9xe^{3x^2-5}) \, dx$

3.  $\int x \sin x \, dx$

4.  $\int x^2 e^x \, dx$

5.  $\int \frac{2x^3 + 1}{x^2 - 3x + 2} \, dx$

**Problema 414** Resuelva las siguientes integrales:

$$1. \int \left( \frac{3x - 2\sqrt{x} + 1}{x^2} \right) dx$$

$$2. \int \frac{5x}{\cos^2(x^2 - 1)} dx$$

$$3. \int x^2 \ln x dx$$

$$4. \int x \sin 2x dx$$

$$5. \int \frac{x^2 + 1}{x^2 + x - 2} dx$$

**Problema 415** Resuelva las siguientes integrales:

$$1. \int \left( \frac{3x^2 - 2\sqrt{x} - 1}{x} \right) dx$$

$$2. \int x \cos(7x^2 + 1) dx$$

$$3. \int (x^2 + 1) \ln x dx$$

$$4. \int x^2 e^x dx$$

$$5. \int \frac{x^3 + 3}{x^2 - 2x - 3} dx$$

**Problema 416** Resuelva las siguientes integrales:

$$1. \int 5x e^{2x^2-1} dx$$

$$2. \int x e^x dx$$

### 3.6. Áreas

**Problema 417** Calcular el área que encierran las gráficas de las funciones  $f(x) = 2x^2 + x - 1$  y  $g(x) = 3x + 3$ .

**Problema 418** Calcular el área que encierran la gráfica de la función

$$f(x) = \frac{5x^2}{x^3 + 8}$$

el eje de abscisas, la recta  $x = 0$  y la recta  $x = 2$ .

**Problema 419** Calcular el área encerrada por las curvas:

$$f(x) = x^3 - 4x - 5, \quad \text{y} \quad g(x) = 5x - 5$$

**Problema 420** Calcular el área encerrada por las gráficas de las funciones:

$$f(x) = x^2 + 3x - 1 \quad \text{y} \quad g(x) = x + 2$$

**Problema 421** Hallar el área encerrada por las funciones  $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$  y  $g(x) = x^2 + 5x + 4$ .

**Problema 422** Hallar el área encerrada por las funciones  $f(x) = 2x^2 - x + 1$  y  $g(x) = x^2 + 3x - 2$ .

### 3.7. Optimización

**Problema 423** Tenemos 500 metros de alambre para vallar un campo rectangular, uno de cuyos lados da a un río. Calcular la longitud que deben tener estos lados para que el área encerrada sea la máxima posible.

**Problema 424** Calcula el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo tal que la suma de las longitudes de sus dos catetos vale 6 *cm*.

**Problema 425** Determina los puntos de la curva  $y^2 = 4x$  que estén a distancia mínima del punto  $(4, 0)$ .

**Problema 426** Expresar el número 60 como suma de tres "enteros positivos" de forma que el segundo sea el doble del primero y su producto sea máximo. Determinar el valor de dicho producto.

**Problema 427** Un solar rectangular de  $11250 m^2$  se divide en tres zonas rectangulares iguales (ver dibujo) para su venta. Se valla el borde del campo y la separación de las zonas. Calcula las dimensiones del solar para que la longitud de la valla utilizada sea mínima.



**Problema 428** Calcula el área máxima que puede tener un triángulo rectángulo tal que la suma de las longitudes de sus dos catetos vale 4 *cm*.

**Problema 429** Halla la longitud de los lados del triángulo isósceles de área máxima cuyo perímetro sea 60 *m*.

**Problema 430** Un número más el cuadrado de otro número suman 48. Hallar ambos números para que su producto sea máximo.

**Problema 431** Se ha construido un gran depósito cilíndrico de  $81\pi m^3$  de volumen. La superficie lateral ha de ser construida con un material que cuesta 30 *euros/m<sup>2</sup>*, y las dos bases con un material que cuesta 45 *euros/m<sup>2</sup>*.

1. Determina la relación que hay entre el radio,  $r$ , de las bases circulares y la altura,  $h$ , del cilindro, y da el coste,  $C(r)$ , del material necesario para construir este depósito en función de  $r$ .
2. ¿Qué dimensiones (radio y altura) ha de tener el depósito para que el coste de los materiales necesarios para construirlo sea el mínimo posible?.
3. ¿Cuál será, en este caso, el coste del material?.

**Problema 432** Determine los puntos de la curva  $y^2 = 4x$  que están a distancia mínima del punto  $(4, 0)$ .

**Problema 433** A partir de una cartulina cuadrada de  $60\text{cm}$  de lado se va a construir caja de base cuadrada, sin tapa, a base de recortar cuatro cuadrados iguales en las esquinas de la cartulina y doblando después de la manera adecuada. Un observador indica que la caja de más capacidad se obtendrá si los cuadrados eliminados tienen  $10\text{cm}$  de lado. Decidir si la observación es correcta o no.

**Problema 434** Calcule las dimensiones de tres campos cuadrados de modo que: el perímetro de uno de ellos sea triple del perímetro de otro, se necesiten exactamente 1248 metros de valla para vallar los tres y la suma de las áreas de los tres campos sea la mínima posible.

**Problema 435** Calcular la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 y área máxima.