Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS
Marzo 2025

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{5x^3+2x^2-x+5}{3x^3-x^2+8}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2+9x+1}{2x^2+3x-3}\right)^{x^3+8x-4}$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2x^2+7x-1}{2x^2+5}\right)^{2x-5}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{3x^3+x+3}}{2x^2-5x+1}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4+5x^3-7x^2-29x+30}{x^4+4x^3-17x^2-24x+36}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^4+5x^3-7x^2-29x+30}{x^4+2x^3-23x^2+12x+6}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{9x+6}}{x-5}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 8}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{5x^3+2x^2-x+5}{3x^3-x^2+8}=\dfrac{5}{3}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2+9x+1}{2x^2+3x-3}\right)^{x^3+8x-4}=\infty$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{2x^2+7x-1}{2x^2+5}\right)^{2x-5}=e^7$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{3x^3+x+3}}{2x^2-5x+1}=0$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{x^4+5x^3-7x^2-29x+30}{x^4+4x^3-17x^2-24x+36}=\dfrac{4}{7}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^4+5x^3-7x^2-29x+30}{x^4+2x^3-23x^2+12x+6}=-\dfrac{35}{24}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{9x+6}}{x-5}=\dfrac{11\sqrt{51}}{102}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 8}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8}=\dfrac{9\sqrt{61}}{122}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

a) $y=e^{x^3-x^2+3x+1}$

b) $y=\ln(5x^4-3x-1)$

c) $y=(x^2-7x+8)^{32}$

d) $y=(x^2+5x-2)(3x^3+x^2-3x+3)$

e) $y=\dfrac{x^2-3x+5}{3x+1}$

f) $y=\ln\dfrac{x^2+6x-1}{5x^2-1}$

g) $y=e^{x^3+5}\cdot(x^2-5)$

h) $y=\dfrac{e^{x^2-1}}{x^3+3}$

Solución:

a) $y=e^{x^3-x^2+3x+1}\Longrightarrow y'=(3x^2-2x+3)e^{x^3-x^2+3x+1}$

b) $y=\ln(5x^4-3x-1)\Longrightarrow y'=\dfrac{20x^3-3}{5x^4-3x-1}$

c) $y=(x^2-7x+8)^{32}\Longrightarrow y'=32(x^2-7x+8)^{31}(2x-7)$

d) $y=(x^2+5x-2)(3x^3+x^2-3x+3)\Longrightarrow y'=(2x+5)(3x^3+x^2-3x+3)+(x^2+5x-2)(9x^2+2x-3)$

e) $y=\dfrac{x^2-3x+5}{3x+1}\Longrightarrow y'=\dfrac{(2x-3)(3x+1)-(x^2-3x+5)3}{(3x+1)^2}$

f) $y=\ln\dfrac{x^2+6x-1}{5x^2-1}=\ln(x^2+6x-1)-\ln(5x^2-1)\Longrightarrow y'=\dfrac{2x+6}{x^2+6x-1}-\dfrac{10x}{5x^2-1}$

g) $y=e^{x^3+5}\cdot(x^2-5)\Longrightarrow y'=(3x^2)e^{x^3+5}(x^2-5)+e^{x^3+5}(2x)$

h) $y=\dfrac{e^{x^2-1}}{x^3+3}\Longrightarrow y'=\dfrac{2xe^{x^2+1}(x^3-3)-e^{x^2+1}(3x^2)}{(x^3-3)^2}$

Problema 3 Calcular

a) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2+3}{x^2-1}$ en el punto $x = 2$.

b) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 7e^{2x-6}$ en el punto $x = 3$.

Solución:

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = \dfrac{7}{3}$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{8x}{(x^2-1)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -\frac{16}{9}$$

Recta Tangente: $y - \dfrac{7}{3} = -\dfrac{16}{9}(x-2)$

Recta Normal: $y - \dfrac{7}{3} = \dfrac{9}{16}(x-2)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(3) = 7$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 14e^{2x-6} \Longrightarrow m = f'(2) = 14$$

Recta Tangente: $y - 7 = 14(x-3)$

Recta Normal: $y - 7 = -\dfrac{1}{14}(x-3)$