Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Abril 2025

Problema 1 *(2 puntos)*Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x - 3y - 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (3, 1) \\ A(1, 0) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (1, 0) + \lambda(3, 1)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = \lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y}{1}$
- General: $x - 3y - 1 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{3}$
- Punto pendiente: $y = \dfrac{1}{3}(x - 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{1}{3} \Longrightarrow \alpha = 18^\circ 26' 6''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(1, 2)$ y la recta $r : x + y - 2 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

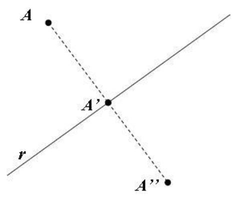
d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : x - y - 2 = 0$.

Solución:

a) $x + y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 + 2 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -3$. La recta buscada es $h : x + y - 3 = 0$

b) $x - y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1 - 2 + \lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 1$. La recta buscada es $t : x - y + 1 = 0$

c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte A' entre r y t:

$$\left\{\begin{array}{l} r: x+y-2=0 \\ t: x-y+1=0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A+A''}{2} = A' \Longrightarrow A'' = 2A' - A = 2\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right) - (1,2) = (0,1)$$

d)

$$d(P,r) = d(P,s) \Longrightarrow \frac{|x+y-2|}{\sqrt{2}} = \frac{|x-y-2|}{\sqrt{2}} \Longrightarrow |x+y-2| = |x-y-2|$$

- $x+y-2 = x-y-2 \Longrightarrow y=0$
- $x+y-2 = -x+y+2 \Longrightarrow x=2$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-3,0)$, $B(0,1)$ y $C(1,2)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

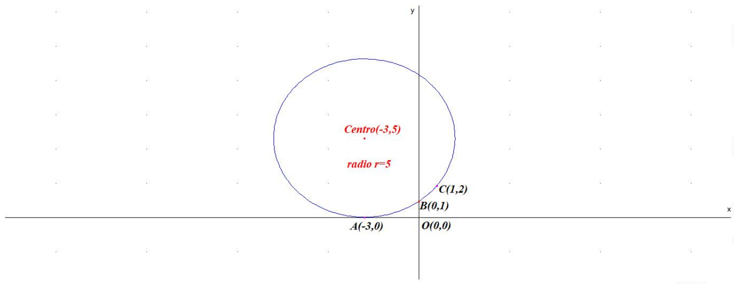
$$x^2+y^2+mx+ny+p=0$$

$$\left\{\begin{array}{c} -3m+p=-9 \\ n+p=-1 \\ m+2n+p=-5 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=6 \\ n=-10 \\ p=9 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$x^2+y^2+6x-10y+9=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=6 \Longrightarrow a=-3 \\ \\ n=-2b=-10 \Longrightarrow b=5 \\ \\ p=9=a^2+b^2-r^2 \Longrightarrow r=5 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro} = (-3,5), \quad r=5$$



Problema 4 *(2 puntos)*Sea $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2=36 \Longrightarrow a=6, \quad b^2=4 \Longrightarrow b=2$$

$$a^2=b^2+c^2 \Longrightarrow c=4\sqrt{2} \quad e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Eje Mayor$=2a=12$
Eje Menor$=2b=4$
Distancia Focal$=2c=8\sqrt{2}$
Excentricidad$=e=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$
Vértices: $A(6,0),\ A'(-6,0),\ B(0,2),\ B(0,-2)$
Focos: $F(4\sqrt{2},0),\ F'(-4\sqrt{2},0)$
Ecuación general: $x^2+9y^2=36$