

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Mayo 2025

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{8x}{x^2 + 3}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- Puntos de Corte
 - ☛ Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 8x = 0 \implies (0, 0)$.
 - ☛ Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) = -f(x) \implies$ la función es IMPAR.
- Asíntotas:

☛ **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.

☛ **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x}{x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x}{x^2 + 3} = 0$$

☛ **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = -\frac{8(x^2 - 3)}{(x^2 + 3)^2} = 0 \implies x = \pm\sqrt{3}$

	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	decreciente ↘	creciente ↗	decreciente ↘

La función es creciente en el intervalo $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$, y decreciente en el intervalo $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, \infty)$, tiene un mínimo relativo en el punto $(-\sqrt{3}, -\frac{4\sqrt{3}}{3})$ y un máximo relativo en $(\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{3})$.

g)

$$f''(x) = \frac{16x(x^2 - 9)}{(x^2 + 3)^3} = 0 \implies x = 0, x = \pm 3$$

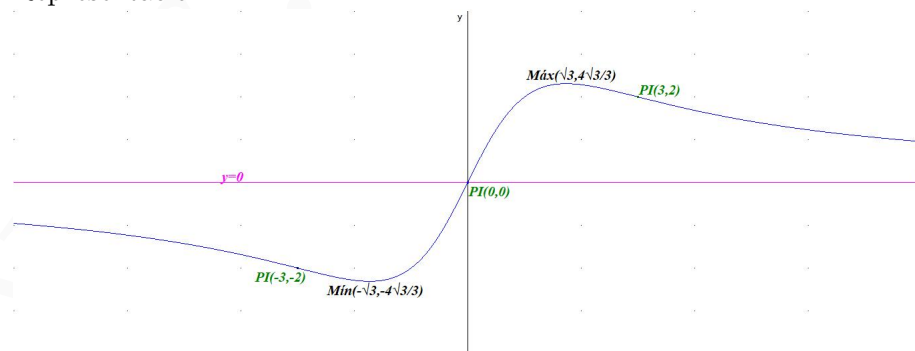
Luego la función si tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	cóncava ∪	convexa ∩	cóncava ∪	convexa ∩

Cóncava: $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ y Convexa: $(-3, 0) \cup (3, \infty)$

Puntos de Inflexión: $(0, 0)$, $(-3, -2)$ y $(3, 2)$.

h) Representación:

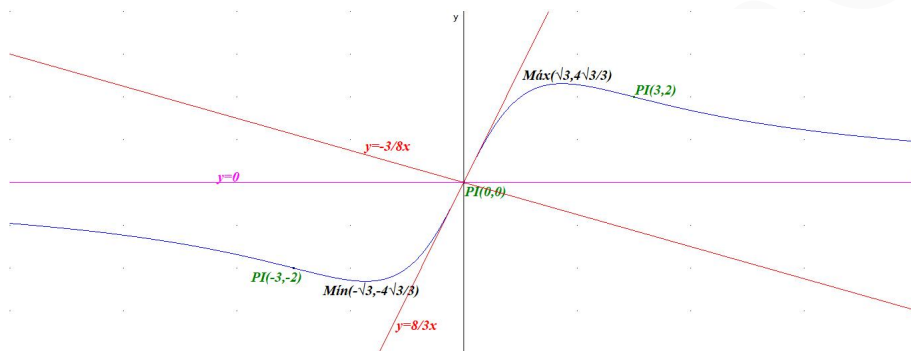


i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = \frac{8}{3}$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + 0 = \frac{8}{3}(x - 0) \implies y = \frac{8}{3}x$$

$$\text{Recta Normal : } y + 0 = -\frac{3}{8}(x - 0) \implies y = -\frac{3}{8}x$$



Como $f(0) = 0$ las rectas pasan por el punto $(0, 0)$.