

Examen de Matemáticas 1^o de Bachillerato

Abril 2023

Problema 1 (2 puntos) Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $x - 2y + 1 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abscisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \vec{u}_r = (2, 1) \\ A(1, 1) \end{cases}$$

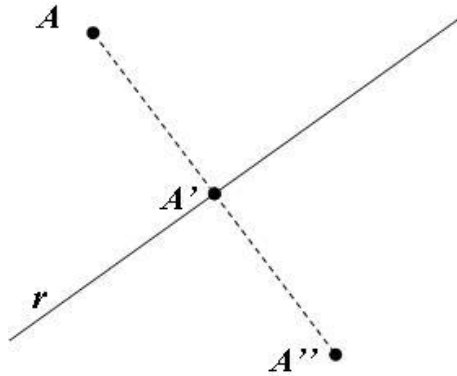
- Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + \lambda(2, 1)$
- Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}$
- Continua: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1}$
- General: $x - 2y + 1 = 0$
- Explícita: $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
- Punto pendiente: $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 1)$
- Ángulo con el eje de abscisas: $m = \tan \alpha = \frac{1}{2} \implies \alpha = 26^\circ 33' 54''$

Problema 2 (3 puntos) Sea el punto $A(0, 3)$ y la recta $r : x - y + 2 = 0$. Se pide calcular:

- a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A .
- b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A .
- c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r .
- d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : x + y + 6 = 0$.

Solución:

- a) $x - y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \implies 0 - 3 + \lambda = 0 \implies \lambda = 3$. La recta buscada es $h : x - y + 2 = 0$
- b) $x + y + \lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \implies 0 + 3 + \lambda = 0 \implies \lambda = -3$. La recta buscada es $t : x + y - 3 = 0$
- c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r :



- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A , calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t :

$$\begin{cases} r : x - y + 2 = 0 \\ t : x + y - 3 = 0 \end{cases} \implies A' \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A + A''}{2} = A' \implies A'' = 2A' - A = 2 \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right) - (0, 3) = (1, 2)$$

d)

$$d(P, r) = d(P, s) \implies \frac{|x - y + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{|x + y + 6|}{\sqrt{2}} \implies |x - y + 2| = |x + y + 6|$$

- $x - y + 2 = x + y + 6 \implies y + 2 = 0$
- $x - y + 2 = -x - y - 6 \implies x + 4 = 0$

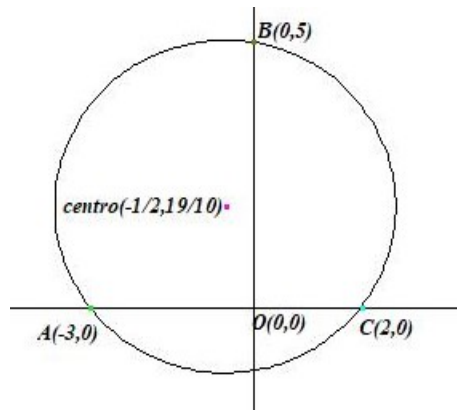
Problema 3 (3 puntos) Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-3, 0)$, $B(0, 5)$ y $C(2, 0)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + mx + ny + p &= 0 \\ \begin{cases} -3m + p = -9 \\ 5n + p = -25 \\ 2m + p = -4 \end{cases} &\implies \begin{cases} m = 1 \\ n = -19/5 \\ p = -6 \end{cases} \implies \\ x^2 + y^2 + x - \frac{19}{5}y - 6 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} m = -2a = 1 \implies a = -\frac{1}{2} \\ n = -2b = -19/5 \implies b = \frac{19}{10} \\ p = -6 = a^2 + b^2 - r^2 \implies r = \frac{\sqrt{986}}{10} \end{cases} \implies$$

$$\text{Centro} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{19}{10}\right), \quad r = \frac{\sqrt{986}}{10}$$



Problema 4 (2 puntos) Encontrar los puntos de la recta

$$r : \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2}$$

que se encuentran a una distancia 7 del punto $P(1, 1)$.

Solución:

Construimos la circunferencia de centro P y radio 7:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 49$$

Cortamos r con esta circunferencia; para ello ponemos r en parámetros: $r : \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$ y sustituimos en la circunferencia:

$$(-1 + \lambda - 1)^2 + (2 + 2\lambda - 1)^2 = 49 \implies 5\lambda^2 - 44 = 0 \implies \lambda_1 = 2,966, \quad \lambda_2 = -2,966$$

$$\begin{cases} \lambda_1 = 2,966 \implies P_1(1,966; 7,933) \\ \lambda_2 = -2,966 \implies P_2(-3,966; -3,933) \end{cases}$$