# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS
**Marzo 2022**

**Problema 1** Calcular los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3-2x^2+5x+5}{2x^3-3x^2-9}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{7x^2+9x+2}{4x^2-5x+1}\right)^{x^3+8x-4}$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{4x^2-7x+1}{4x^2-2}\right)^{2x+8}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{3x^3+5x-1}}{2x^2+3x+2}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{2x^4-15x^3-4x^2+87x-70}{x^3+x^2-10x+8}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3-3x^2-28x+60}{x^3-4x^2-59x+126}$

g) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2-7}-\sqrt{8x+3}}{x-5}$

h) $\lim\limits_{x\longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8}$

**Solución:**

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3-2x^2+5x+5}{2x^3-3x^2-9} = \dfrac{5}{2}$

b) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{7x^2+9x+2}{4x^2-5x+1}\right)^{x^3+8x-4} = \infty$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{4x^2-7x+1}{4x^2-2}\right)^{2x+8} = e^{-7/2}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{3x^3+5x-1}}{2x^2+3x+2} = 0$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow 1} \dfrac{2x^4-15x^3-4x^2+87x-70}{x^3+x^2-10x+8} = -\dfrac{42}{5}$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3-3x^2-28x+60}{x^3-4x^2-59x+126} = \dfrac{4}{9}$

g) $\lim_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{2x^2-7}-\sqrt{8x+3}}{x-5} = \dfrac{6\sqrt{43}}{43}$

h) $\lim_{x\longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8} = \dfrac{9\sqrt{61}}{122}$

**Problema 2** Calcular las siguientes derivadas:

a) $y = e^{x^3-3x^2+2x+3}$

b) $y = \ln(3x^4 - x + 5)$

c) $y = (5x^2 - x + 9)^{25}$

d) $y = (x^2 - x + 1)(2x^3 + 2x^2 - x + 3)$

e) $y = \dfrac{x^2+2x-3}{2x+5}$

f) $y = \ln \dfrac{x^2+7x+3}{2x^2-8}$

g) $y = e^{3x^3-2} \cdot (x^3 - 5)$

h) $y = \dfrac{e^{x^2+1}}{x^3-8}$

**Solución:**

a) $y = e^{x^3-3x^2+2x+3} \Longrightarrow y' = (3x^2 - 6x + 2)e^{x^3-3x^2+2x+3}$

b) $y = \ln(3x^4 - x + 5) \Longrightarrow y' = \dfrac{12x^3-1}{3x^4-x+5}$

c) $y = (5x^2 - x + 9)^{25} \Longrightarrow y' = 25(5x^2 - x + 9)^{24}(10x - 1)$

d) $y = (x^2 - x + 1)(2x^3 + 2x^2 - x + 3) \Longrightarrow y' = (2x - 1)(2x^3 + 2x^2 - x + 3) + (x^2 - x + 1)(6x^2 + 4x - 1)$

e) $y = \dfrac{x^2+2x-3}{2x+5} \Longrightarrow y' = \dfrac{(2x+2)(2x+5)-(x^2+2x-3)2}{(2x+5)^2}$

f) $y = \ln \dfrac{x^2+7x+3}{2x^2-8} = \ln(x^2+7x+3) - \ln(2x^2-8) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x+7}{x^2+7x+3} - \dfrac{4x}{2x^2-8}$

g) $y = e^{3x^3-2} \cdot (x^3 - 5) \Longrightarrow y' = (9x^2)e^{3x^3-2}(x^3 - 5) + e^{3x^3-2}(3x^2)$

h) $y = \dfrac{e^{x^2+1}}{x^3-8} \Longrightarrow y' = \dfrac{2xe^{x^2+1}(x^3-8) - e^{x^2+1}(3x^2)}{(x^3-8)^2}$

**Problema 3** Calcular

a) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2 - 8}{x^2 - 2}$ en el punto $x = 2$.

b) las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 7e^{3x-9}$ en el punto $x = 3$.

**Solución:**

a) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = -2$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = \frac{12x}{(x^2-2)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = 6$$

Recta Tangente: $y + 2 = 6(x - 2)$

Recta Normal: $y + 2 = -\dfrac{1}{6}(x - 2)$

b) $b = f(a) \Longrightarrow b = f(3) = 7$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 21e^{3x-9} \Longrightarrow m = f'(3) = 21$$

Recta Tangente: $y - 7 = 21(x - 3)$

Recta Normal: $y - 7 = -\dfrac{1}{21}(x - 3)$