

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Febrero 2022

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 7$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x^2 - 98 = 0 \implies (7, 0), (-7, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = \frac{49}{2} \implies \left(0, \frac{49}{2}\right)$.

c)

	$(-\infty, -7)$	$(-7, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, 7)$	$(7, +\infty)$
signo	+	-	+	-	+

d) $f(-x) = f(x) \implies$ la función es PAR.

e) Asíntotas:

• **Verticales:** $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = \left[\frac{-90}{0^-} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = \left[\frac{-90}{0^+} \right] = -\infty$$

$x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = \left[\frac{-90}{0^+} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = \left[\frac{-90}{0^-} \right] = +\infty$$

• **Horizontales:** $y = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 98}{x^2 - 4} = 2$$

• **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = \frac{180x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \implies x = 0$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	-	+
$f(x)$	decreciente ↘	creciente ↗

La función es creciente en el intervalo $(0, 2) \cup (2, \infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$.

La función tiene un mínimo en el punto $\left(0, \frac{49}{2}\right)$.

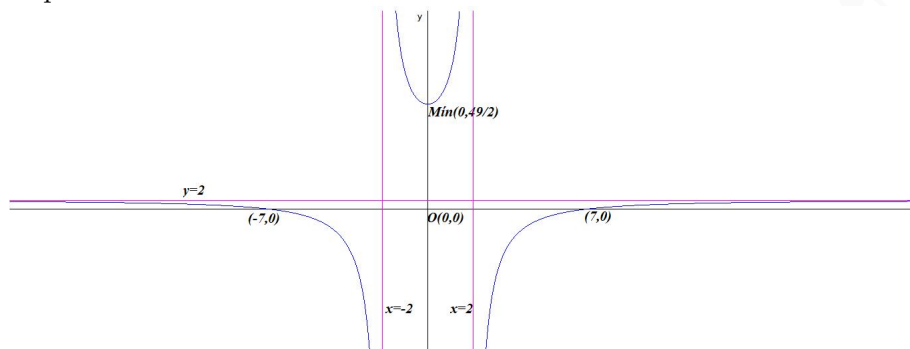
g) $f''(x) = -\frac{180(3x^2 + 4)}{(x^2 - 4)^3} = 0 \implies 3x^2 + 4 = 0$ No tiene solución y, por tanto, no hay puntos de inflexión.

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$f''(x)$	-	+	-
$f(x)$	convexa ⤴	cóncava ⤵	convexa ⤴

Convexa : $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Cóncava: $(-2, 2)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 7$:

Como $m = f'(7) = 28/45$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y = \frac{28}{45}(x - 7)$$

$$\text{Recta Normal : } y = -\frac{45}{28}(x - 7)$$

Como $f(7) = 0$ las rectas pasan por el punto $(7, 0)$.

