

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Febrero 2021

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

**Solución:**

a) Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

b) Puntos de Corte

• Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies 3x^2 = 0 \implies (0, 0)$ .

• Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$ .

c)

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
signo	+	-	+

d)  $f(-x) = f(x) \implies$  la función es PAR.

e) Asíntotas:

• **Verticales:**  $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \left[ \frac{12}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \left[ \frac{12}{0^+} \right] = +\infty$$

$$x = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \left[ \frac{12}{0^+} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \left[ \frac{12}{0^-} \right] = -\infty$$

• **Horizontales:**  $y = 3$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = 3$$

• **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f)

$$f'(x) = -\frac{24x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \implies x = 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	creciente ↗	decreciente ↘

La función es creciente en el intervalo  $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ .

La función es decreciente en el intervalo  $(0, 2) \cup (2, \infty)$ .

La función tiene un máximo en el punto  $(0, 0)$ .

g)

$$f''(x) = \frac{24(3x^2 + 4)}{(x^2 - 4)^3} \neq 0$$

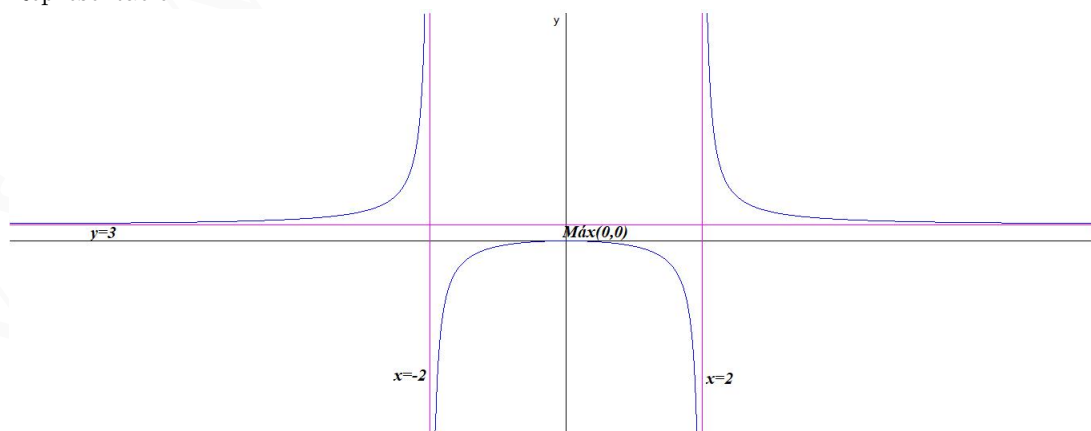
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+
$f(x)$	cóncava ∪	convexa ∩	cóncava ∪

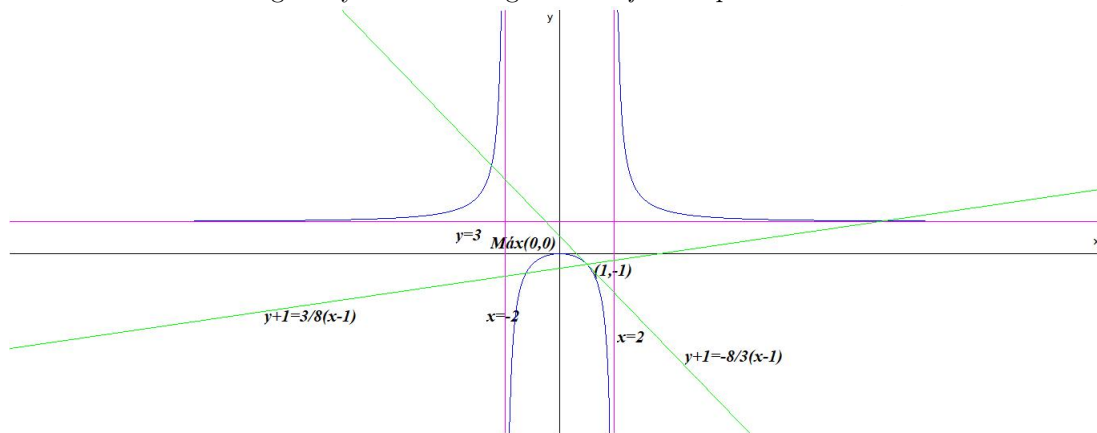
Cóncava:  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Convexa:  $(-2, 2)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ :



Como  $m = f'(1) = -\frac{8}{3}$  tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y + 1 = -\frac{8}{3}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y + 1 = \frac{3}{8}(x - 1)$$

Como  $f(1) = -1$  las rectas pasan por el punto  $(1, -1)$ .