

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Marzo 2020

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x}{(x+1)^2}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x = 0 \implies (0, 0)$ con OX .
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.

c)

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$ la función no es par ni impar.
- Asíntotas:

▪ **Verticales:** $x = -1$ y tenemos $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x}{(x+1)^2} = \left[\frac{-2}{0^+} \right] = -\infty$;

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{(x+1)^2} = \left[\frac{-2}{0^+} \right] = -\infty$$

▪ **Horizontales:** $y = 0$ ya que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{(x+1)^2} = 0$

▪ **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = -\frac{2(x-1)}{(x+1)^3} = 0 \implies x-1=0 \implies x=1$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente ↘	creciente ↗	decreciente ↘

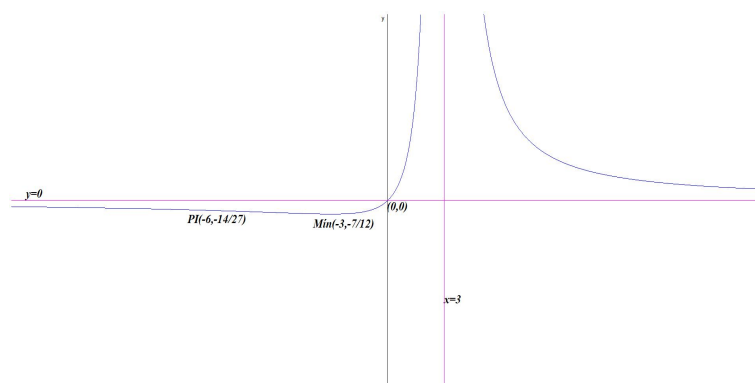
La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$, creciente en el intervalo $(-1, 1)$ y con un máximo en $(1, 1/2)$.

g) $f''(x) = \frac{4(x-2)}{(x+1)^4} = 0 \implies x-2=0 \implies x=2$

	$(-\infty, 2)$	$(2, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa \cap	cóncava \cup

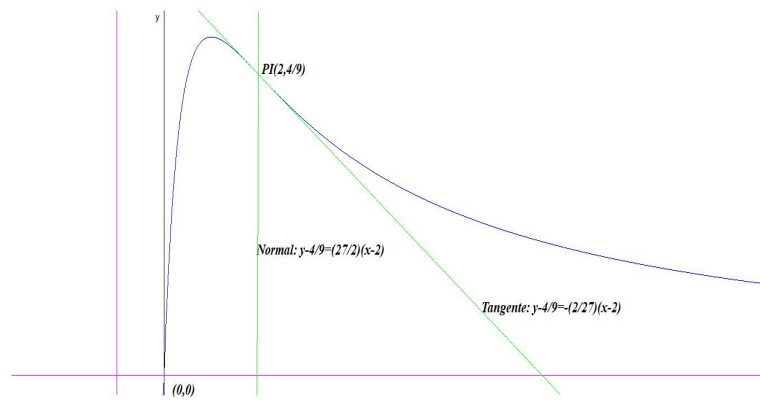
Convexa: $(-\infty, -1) \cup (-1, 2)$, cóncava: $(2, \infty)$ y con un punto de inflexión en $(2, 4/9)$.

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$:

Como $m = f'(2) = -2/27$ tenemos que



$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{4}{9} = -\frac{2}{27}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{4}{9} = \frac{27}{2}(x - 2)$$

Como $f(2) = 4/9$ las rectas pasan por el punto $(2, 4/9)$.