

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

## Febrero 2020

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = -3$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$
- Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - 5x + 6 = 0 \implies (2, 0)$  y  $(3, 0)$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = 3 \implies (0, 3)$ .
- 

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, 3)$	$(3, +\infty)$
signo	-	+	-	+

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  la función no tiene simetrías.
- Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2} = \left[ \frac{20}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2} = \left[ \frac{20}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 5x + 6}{x + 2} - x \right) = -6$$

Luego la asíntota oblicua es  $y = x - 6$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 + 4x - 16}{(x + 2)^2} = 0 \implies x^2 + 4x - 16 = 0 \implies x = -2 \pm 2\sqrt{5}$$

	$(-\infty, -2 - 2\sqrt{5})$	$(-2 - 2\sqrt{5}, -2 + 2\sqrt{5})$	$(-2 + 2\sqrt{5}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en el intervalo  $(-\infty, -2 - 2\sqrt{5}) \cup (-2 + 2\sqrt{5}, +\infty)$ .

La función es decreciente en el intervalo  $(-2 - 2\sqrt{5}, -2) \cup (-2, -2 + 2\sqrt{5})$ .

La función tiene un máximo en el punto  $(-2 - 2\sqrt{5}, -9 - 4\sqrt{5})$  y un mínimo en  $(-2 + 2\sqrt{5}, -9 + 4\sqrt{5})$ .

g)

$$f''(x) = \frac{40}{(x + 2)^3} \neq 0$$

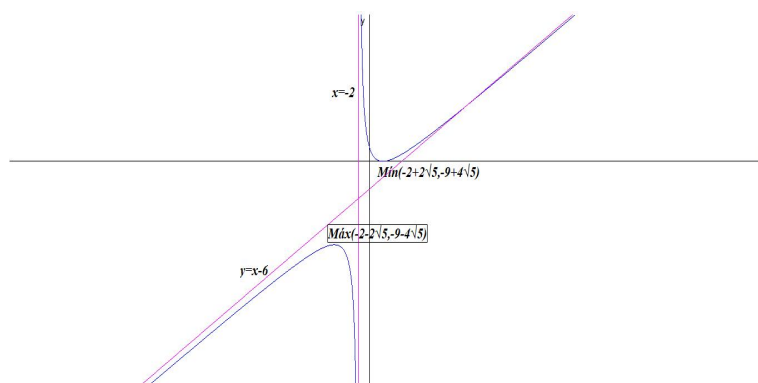
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 2)$	$(2, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

Cóncava:  $(2, +\infty)$

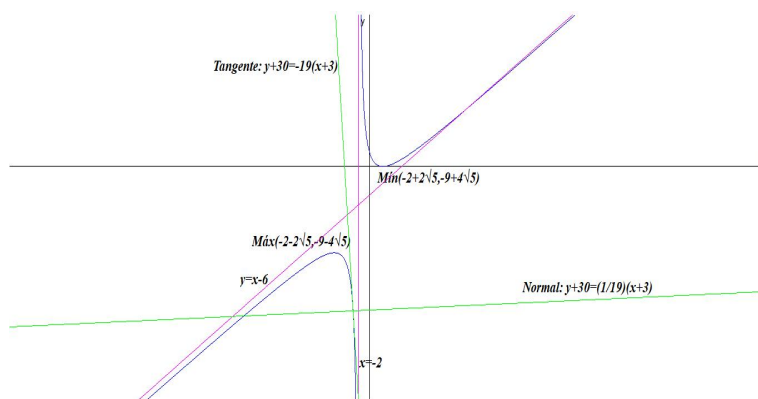
Convexa:  $(-\infty, 2)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = -3$ :

Como  $m = f'(-3) = -19$  tenemos que



$$\text{Recta Tangente : } y + 30 = -19(x + 3)$$

$$\text{Recta Normal : } y + 30 = \frac{1}{19}(x + 3)$$

Como  $f(-3) = -30$  las rectas pasan por el punto  $(-3, -30)$ .