Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Abril 2020

Problema 1 *(2 puntos)*Encontrar todas las ecuaciones de la recta cuya ecuación general es $3x - 7y + 4 = 0$. Y calcular el ángulo que forma esta recta con el eje de abcisas.

Solución:

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (7,3) \\ A(1,1) \end{cases}$$

- Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + \lambda(7, 3)$
- Paramétrica:$\begin{cases} x = 1 + 7\lambda \\ y = 1 + 3\lambda \end{cases}$
- Continua: $\dfrac{x-1}{7} = \dfrac{y-1}{3}$
- General: $3x - 7y + 4 = 0$
- Explícita: $y = \dfrac{3}{7}x + \dfrac{4}{7}$
- Punto pendiente: $y - 1 = \dfrac{3}{7}(x - 1)$
- Ángulo con el eje de abcisas: $m = \tan\alpha = \dfrac{3}{7} \Longrightarrow \alpha = 23^{o}11'55''$

Problema 2 *(3 puntos)*Sea el punto $A(1, 4)$ y la recta $r : x - 2y + 3 = 0$. Se pide calcular:

a) (0,5 puntos) Una recta paralela a r que pase por el punto A.

b) (0,5 puntos) Una recta perpendicular a r que pase por el punto A.

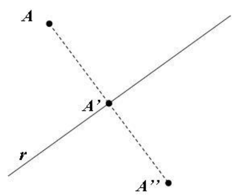
c) (1 punto) El punto A'' simétrico de A respecto de la recta r.

d) (1 punto) Las rectas bisectrices de r con $s : 2x + y + 5 = 0$.

Solución:

a) $x-2y+\lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 1-8+\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = 7$. La recta buscada es $h : x - 2y + 7 = 0$

b) $2x+y+\lambda = 0$ y como pasa por el punto $A \Longrightarrow 2+4+\lambda = 0 \Longrightarrow \lambda = -6$. La recta buscada es $t : 2x + y - 6 = 0$



c) Calculamos A'' simétrico de A respecto de la recta r:

- Calculamos una recta t perpendicular a r y que pase por A, calculada en el apartado anterior.
- Calculamos el punto de corte entre r y t:

$$\left\{\begin{array}{l} r: x-2y+3=0 \\ t: 2x+y-6=0 \end{array}\right. \Longrightarrow A'\left(\frac{9}{5},\frac{12}{5}\right)$$

- El punto A' calculado es el punto medio entre el punto A y el punto A'' que tenemos que calcular:

$$\frac{A+A''}{2}=A' \Longrightarrow A''=2A'-A=2\left(\frac{9}{5},\frac{12}{5}\right)-(1,4)=\left(\frac{13}{5},\frac{4}{5}\right)$$

d)

$$d(P,r)=d(P,s)\Longrightarrow \frac{|x-2y+3|}{\sqrt{3}}=\frac{|2x+y+5|}{\sqrt{3}}\Longrightarrow |x{-}2y{+}3|=|2x{+}y{+}5|$$

- $x-2y+3=2x+y+5 \Longrightarrow x+3y+2=0$
- $x-2y+3=-2x-y-5 \Longrightarrow 3x-y+8=0$

Problema 3 *(3 puntos)*Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos $A(-2,0)$, $B(0,5)$ y $C(2,2)$. Obtener su centro, su radio.

Solución:

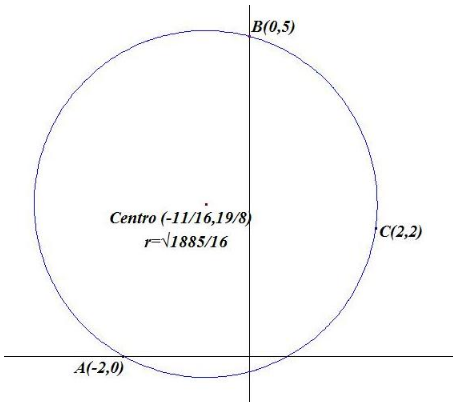
$$x^2+y^2+mx+ny+p=0$$

$$\left\{\begin{array}{c} -2m+p=-4 \\ 5n+p=-25 \\ 2m+2n+p=-8 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} m=11/8 \\ n=-19/4 \\ p=-5/4 \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$x^2+y^2+\frac{11}{8}x-\frac{19}{4}y-\frac{5}{4}=0$$

$$\left\{\begin{array}{l} m=-2a=\frac{11}{8}\Longrightarrow a=-\frac{11}{16} \\ \\ n=-2b=-\frac{19}{4}\Longrightarrow b=\frac{19}{8} \\ \\ p=-\frac{5}{4}=a^2+b^2-r^2\Longrightarrow r=\frac{\sqrt{1885}}{16} \end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$\text{Centro} = \left(-\frac{11}{16}, \frac{19}{8}\right), \quad r = \frac{\sqrt{1885}}{16}$$



Problema 4 *(2 puntos)*Sea $\dfrac{x^2}{49} + \dfrac{y^2}{25} = 1$ la ecuación de una elipse horizontal. Encontrar todos los datos que la definen y su ecuación general.

Solución:

$$a^2 = 49 \Longrightarrow a = 7, \quad b^2 = 25 \Longrightarrow b = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow c = 2\sqrt{6} \quad e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

Eje Mayor= $2a = 14$
Eje Menor= $2b = 10$
Distancia Focal= $2c = 4\sqrt{6}$
Excentricidad= $e = \dfrac{2\sqrt{6}}{7}$
Vértices: $A(7,0)$, $A'(-7,0)$, $B(0,5)$, $B(0,-5)$
Focos: $F(2\sqrt{6},0)$, $F'(-2\sqrt{6},0)$
Ecuación general: $25x^2 + 49y^2 = 1225$