Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS

Marzo 2019

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+5x-1}{2x^3-x^2-1}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2+8x+3}{3x^2-3x-8}\right)^{x^3+x-5}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2+3x+5}{x^2-1}\right)^{5x-1}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{5x^3-8x+1}}{3x^2+3x-2}$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{7x^5+3x^4-4x^3+5x^2-8x-3}{5x^5-9x^4-3x^3+5x+2}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{2x^3-2x^2-x-6}{3x^3-7x^2-x+6}$

7. $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2+6}-\sqrt{6x+1}}{x-5}$

8. $\lim\limits_{x\longrightarrow 8}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{9x-5}}{x-8}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+5x-1}{2x^3-x^2-1}=\dfrac{7}{2}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{5x^2+8x+3}{3x^2-3x-8}\right)^{x^3+x-5}=\infty$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\dfrac{x^2+3x+5}{x^2-1}\right)^{5x-1}=e^{15}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{\sqrt{5x^3-8x+1}}{3x^2+3x-2}=0$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{7x^5+3x^4-4x^3+5x^2-8x-3}{5x^5-9x^4-3x^3+5x+2}=-\dfrac{37}{15}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{2x^3-2x^2-x-6}{3x^3-7x^2-x+6}=\dfrac{15}{7}$

7. $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2+6}-\sqrt{6x+1}}{x-5}=\dfrac{2\sqrt{31}}{31}$

8. $\lim\limits_{x\longrightarrow 8}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{9x-5}}{x-8}=\dfrac{7\sqrt{67}}{134}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y=e^{5x^3-2x^2-2x+1}$
2. $y=\ln(4x^4-3x-1)$
3. $y=(2x^2-6x+1)^{18}$
4. $y=(x^2-7x-1)(5x^3+2x^2-x+2)$
5. $y=\frac{x^2-3x-1}{8x+5}$
6. $y=\ln\frac{x^2+7x-2}{2x^2+1}$
7. $y=e^{5x^3+9}\cdot(x^3-5)$
8. $y=\frac{e^{x^2+5}}{x^2+9}$

Solución:

1. $y=e^{5x^3-2x^2-2x+1}\Longrightarrow y'=(15x^2-4x-2)e^{5x^3-2x^2-2x+1}$
2. $y=\ln(4x^4-3x-1)\Longrightarrow y'=\dfrac{16x^3-3}{4x^4-3x-1}$
3. $y=(2x^2-6x+1)^{18}\Longrightarrow y'=18(2x^2-6x+1)^{17}(4x-6)$
4. $y=(x^2-7x-1)(5x^3+2x^2-x+2)\Longrightarrow y'=(2x-7)(5x^3+2x^2-x+2)+(x^2-7x-1)(15x^2+4x-1)$
5. $y=\dfrac{x^2-3x-1}{8x+5}\Longrightarrow y'=\dfrac{(2x-3)(8x+5)-(x^2-3x-1)8}{(8x+5)^2}$
6. $y=\ln\frac{x^2+7x-2}{2x^2+1}=\ln(x^2+7x-2)-\ln(2x^2+1)\Longrightarrow y'=\dfrac{2x+7}{x^2+7x-2}-\dfrac{4x}{2x^2+1}$
7. $y=e^{5x^3+9}\cdot(x^3-5)\Longrightarrow y'=(15x^2)e^{5x^3+9}(x^3-5)+e^{5x^3+9}(3x^2)$
8. $y=e^{5x^3+9}\frac{e^{x^2+5}}{x^2+9}\Longrightarrow y'=\dfrac{15x^2e^{5x^3+9}(x^2+9)-e^{5x^3+9}(2x)}{(x^2+9)^2}$

Problema 3 Calcular

1. las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2+7}{x^2-3}$ en el punto $x = 2$.

2. las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 2e^{x-5}$ en el punto $x = 5$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 11$ e $y - b = m(x - a)$

   $$f'(x) = -\frac{20x}{(x^2-3)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -40$$

   Recta Tangente: $y - 11 = -40(x - 2)$

   Recta Normal: $y - 11 = \frac{1}{40}(x - 2)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(5) = 2$ e $y - b = m(x - a)$

   $$f'(x) = 2e^{x-5} \Longrightarrow m = f'(5) = 2$$

   Recta Tangente: $y - 2 = 2(x - 5)$

   Recta Normal: $y - 2 = -\frac{1}{2}(x - 5)$