

Examen de Estadística

Mayo 2019

Problema 1 El premio planeta de este año es de Santiago Posteguillo con la obra "Yo Julia". En una librería han hecho un estudio de venta de este libro y ha resultado que el 57,21 % de las personas que han entrado a comprar se han llevado este libro.

Si entran 5 personas en la librería se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. (0,5 puntos) Ninguno ha comprado el libro.
2. (0,5 puntos) Todos han comprado el libro.
3. (0,75 puntos) Tres o menos de tres han comprado el libro.
4. (0,75 puntos) Más de dos han comprado el libro.
5. (0,75 puntos) Dos o más de dos y menos de cuatro han comprado el libro.

Solución:

$$B(5; 0,5721)$$

$$1. P(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot 0,5721^0 \cdot 0,4279^5 = 0,0143454$$

$$2. P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0,5721^5 \cdot 0,4279^0 = 0,0612858$$

$$3. P(X \leq 3) = 1 - (P(X = 4) + P(X = 5)) = \\ 1 - \left(\binom{5}{4} \cdot 0,5721^4 \cdot 0,4279^1 + \binom{5}{5} \cdot 0,5721^5 \cdot 0,4279^0 \right) = 1 - \\ 0,290478 = 0,709522$$

$$4. P(X > 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)) = \\ 1 - \left(\binom{5}{0} \cdot 0,5721^0 \cdot 0,4279^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,5721^1 \cdot 0,4279^4 + \binom{5}{2} \cdot 0,5721^2 \cdot 0,4279^3 \right) = \\ 1 - 0,3666748 = 0,6333252$$

$$5. P(2 \leq X < 4) = P(X = 2) + P(X = 3) = \\ \binom{5}{2} \cdot 0,5721^2 \cdot 0,4279^3 + \binom{5}{3} \cdot 0,5721^3 \cdot 0,4279^2 = 0,599278$$

Problema 2 Siguiendo con el enunciado del problema anterior, resulta que en la feria del libro pasan 1000 posibles compradores, si consideramos que la proporción del apartado anterior es el comportamiento de toda la población, se plantean las siguientes preguntas:

1. (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos? Calcular sus parámetros.
2. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya más de 600 compradores.
3. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya entre 541 y 581 compradores.
4. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya entre 533 y 542 compradores.
5. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya entre 600 y 613 compradores.
6. (0,5 puntos) Probabilidad de que haya menos de 541 compradores.
7. (0,5 puntos) Si se congregasen 3204 lectores ¿cuántos esperamos que compren?

Solución

1.

$$p = 0,5721, \quad q = 1 - p = 0,4279, \quad n = 1000 \implies B(1000; 0,5721)$$

Como $np > 5$ y $nq > 5$:

$$\mu = np = 1000 \cdot 0,5721 = 572,1, \quad \sigma = \sqrt{npq} = 15,65 \implies$$

$$N(572,1; 15,65)$$

2. $P(X > 600,5) = P\left(Z > \frac{600,5-572,1}{15,65}\right) = P(Z > 1,81) = 1 - P(Z < 1,81) = 1 - 0,9649 = 0,0351$
3. $P(541,5 < X < 580,5) = P\left(\frac{541,5-572,1}{15,65} < Z < \frac{580,5-572,1}{15,65}\right) = P(-1,96 < Z < 0,54) = P(Z < 0,54) - P(Z < -1,96) = P(Z < 0,54) - (1 - P(Z < 1,96)) = 0,7054 - (1 - 0,9750) = 0,6804$
4. $P(533,5 < X < 541,5) = P\left(\frac{533,5-572,1}{15,65} < Z < \frac{541,5-572,1}{15,65}\right) = P(-2,47 < Z < -1,96) = P(Z < -1,96) - P(Z < -2,47) = 1 - P(Z < 1,96) - (1 - P(Z < 2,47)) = 0,0182$
5. $P(600,5 < X < 612,5) = P\left(\frac{600,5-572,1}{15,65} < Z < \frac{612,5-572,1}{15,65}\right) = P(1,81 < Z < 2,58) = P(Z < 2,58) - P(Z < 1,81) = 0,0302$

6. $P(X < 540,5) = P\left(Z < \frac{540,5-572,1}{15,65}\right) = P(Z < -2,02) = 1 - P(Z < 2,02) = 0,0217$
7. Si $n = 3243$ entonces $E[X] = np = 3204 \cdot 0,5721 = 1833,001$ como tiene que ser un número natural diríamos 1834 compradores.

Problema 3 Se estima que en la feria del libro el número de personas que se acercarán al escritor para la firma del libro en una hora se puede aproximar por una distribución normal de media $\mu = 100$ personas y desviación típica $\sigma = 30$. Se pide calcular la probabilidad de que se presenten a la firma:

1. (0,5 puntos) más de 151 personas.
2. (0,75 puntos) entre 73 y 142 personas.
3. (0,75 puntos) entre 131 y 147 personas.
4. (0,75 puntos) entre 71 y 83 personas.
5. (0,5 puntos) menos de 77 personas.

Solución:

$$N(100, 30)$$

1. $P(X > 151) = P\left(Z > \frac{151-100}{30}\right) = P(Z > 1,7) = 1 - P(Z < 1,7) = 0,0446$
2. $P(73 < X < 142) = P\left(\frac{73-100}{30} < Z < \frac{142-100}{30}\right) = P(-0,9 < Z < 1,4) = P(Z < 1,4) - P(Z < -0,9) = P(Z < 1,4) - (1 - P(Z < 0,9)) = 0,7351$
3. $P(131 < X < 147) = P\left(\frac{131-100}{30} < Z < \frac{147-100}{30}\right) = P(1,03 < Z < 1,57) = P(Z < 1,57) - P(Z < 1,03) = 0,0933$
4. $P(71 < X < 83) = P\left(\frac{71-100}{30} < Z < \frac{83-100}{30}\right) = P(-0,97 < Z < -0,57) = P(Z < -0,57) - P(Z < -0,97) = 1 - P(Z < 0,57) - (1 - P(Z < 0,97)) = 0,1183$
5. $P(X < 77) = P\left(Z < \frac{77-100}{30}\right) = P(Z < -0,77) = 1 - P(Z < 0,77) = 0,2206$