

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Febrero 2019

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$
- Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 - x + 2 = 0 \implies$   
No hay puntos de corte con  $OX$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -2 \implies (0, -2)$ .
- 

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  la función no tiene simetrías.
- Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = \left[ \frac{2}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = \left[ \frac{2}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - x + 2}{x - 1} - x \right) = 0$$

Luego la asíntota oblicua es  $y = x$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x - 1)^2} = 0 \implies x = 1 \pm \sqrt{2}$$

	$(-\infty, 1 - \sqrt{2})$	$(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$	$(1 + \sqrt{2}, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en el intervalo  $(-\infty, 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}, +\infty)$ .

La función es decreciente en el intervalo  $(1 - \sqrt{2}, 1) \cup (1, 1 + \sqrt{2})$ .

La función tiene un máximo en el punto  $(1 - \sqrt{2}, 1 - 2\sqrt{2})$  y un mínimo en  $(1 + \sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2})$ .

g)

$$f''(x) = \frac{4}{(x - 1)^3} \neq 0$$

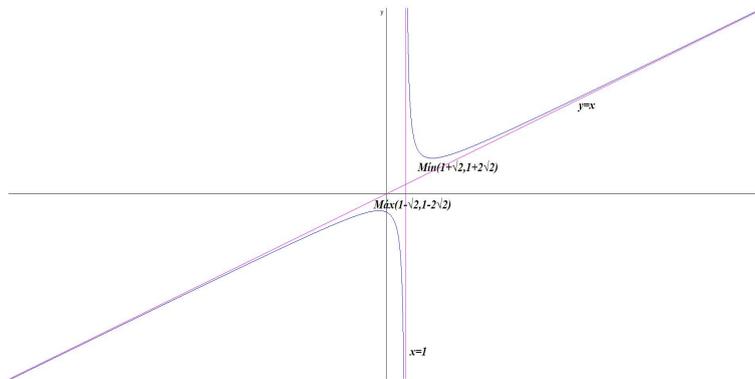
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 1)$	$(1, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

Cóncava:  $(1, +\infty)$

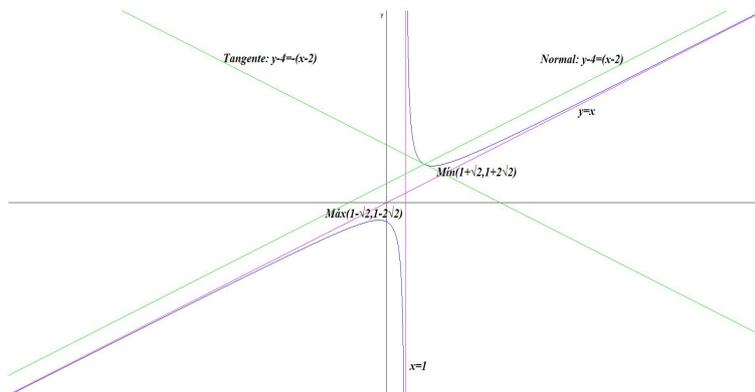
Convexa:  $(-\infty, 1)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 2$ :

Como  $m = f'(2) = -1$  tenemos que



$$\text{Recta Tangente : } y - 4 = -(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y - 4 = (x - 2)$$

Como  $f(2) = 4$  las rectas pasan por el punto  $(2, 4)$ .