

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Abril 2019

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{9x}{x^2 + 4}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 9x = 0 \implies (0, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.
-

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) = -f(x) \implies$ la función es IMPAR.
- Asíntotas:

- **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.
- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x}{x^2 + 4} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

$$f) f'(x) = -\frac{9(x^2 - 4)}{(x^2 + 4)^2} = 0 \implies x = \pm 2$$

	$(-\infty, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

La función es creciente en el intervalo $(-2, 2)$, y decreciente en el intervalo $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$, tiene un máximo en el punto $(2, \frac{9}{4})$ y un mínimo en $(-2, -\frac{9}{4})$.

g)

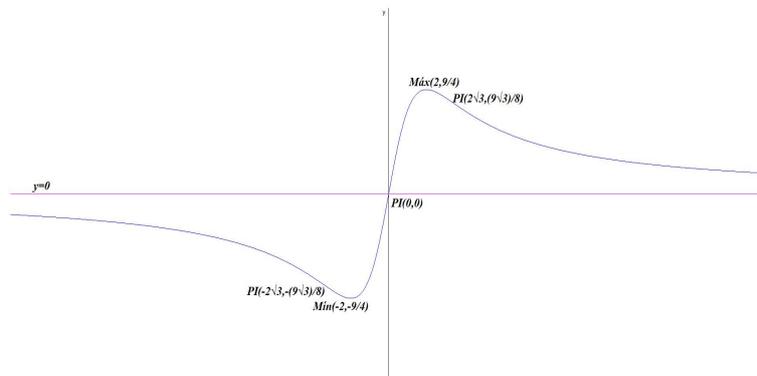
$$f''(x) = \frac{18x(x^2 - 12)}{(x^2 + 4)^3} = 0 \implies x = 0, x = \pm 2\sqrt{3}$$

	$(-\infty, -2\sqrt{3})$	$(-2\sqrt{3}, 0)$	$(0, 2\sqrt{3})$	$(2\sqrt{3}, +\infty)$
$f''(x)$	-	+	-	+
$f(x)$	convexa \cap	cóncava \cup	convexa \cap	cóncava \cup

Convexa: $(-\infty, -2\sqrt{3}) \cup (0, 2\sqrt{3})$ y Cóncava: $(-2\sqrt{3}, 0) \cup (2\sqrt{3}, \infty)$.

Con puntos de inflexión: $(0, 0)$, $(2\sqrt{3}, \frac{9\sqrt{3}}{8})$ y $(-2\sqrt{3}, -\frac{9\sqrt{3}}{8})$

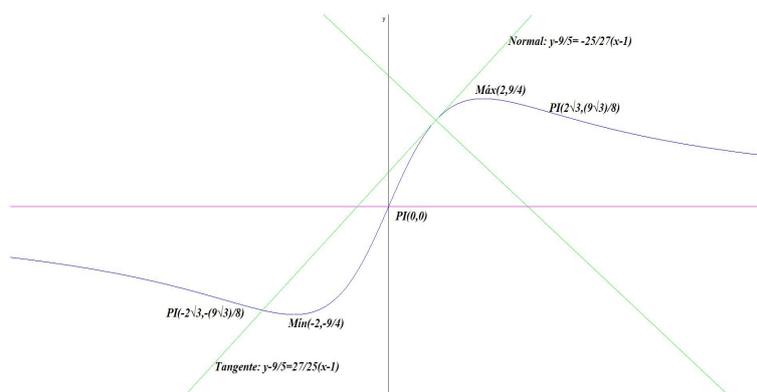
h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$: Como $m = f'(2) = 27/25$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{9}{5} = \frac{27}{25}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{9}{5} = -\frac{25}{27}(x - 1)$$



Como $f(1) = 9/5$ las rectas pasan por el punto $(1, 9/5)$.