Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CS

Marzo 2018

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3 - x^2 + 2x - 1}{3x^3 - 3x^2 + 1}$

2. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{4x^2 - 2x + 3}{3x^2 + 3x - 8}\right)^{x^3+5}$

3. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 1}\right)^{5x}$

4. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{3x^3 + 8x + 1}}{3x^2 - x + 5}$

5. $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{7x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 3}{3x^5 - 9x^4 - 3x^3 + 8x + 1}$

6. $\lim_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3 - 7x^2 + 13x - 6}{3x^3 - 5x^2 - 5x + 6}$

7. $\lim_{x\longrightarrow 5} \dfrac{\sqrt{x^2 + 4} - \sqrt{6x - 1}}{x - 5}$

8. $\lim_{x\longrightarrow 8} \dfrac{\sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{7x + 5}}{x - 8}$

Solución:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3 - x^2 + 2x - 1}{3x^3 - 3x^2 + 1} = \dfrac{5}{3}$

2. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{4x^2 - 2x + 3}{3x^2 + 3x - 8}\right)^{x^3+5} = \infty$

3. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{x^2 - 2x + 5}{x^2 + 1}\right)^{5x} = e^{-10}$

4. $\lim_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{3x^3 + 8x + 1}}{3x^2 - x + 5} = 0$

5. $\lim_{x\longrightarrow 1} \dfrac{7x^5 - 3x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 3}{3x^5 - 9x^4 - 3x^3 + 8x + 1} = -\dfrac{19}{22}$

6. $\lim_{x\longrightarrow 2} \dfrac{x^3 - 7x^2 + 13x - 6}{3x^3 - 5x^2 - 5x + 6} = -\dfrac{3}{11}$

7. $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2+4}-\sqrt{6x-1}}{x-5}=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$

8. $\lim\limits_{x\longrightarrow 8}\dfrac{\sqrt{x^2-3}-\sqrt{7x+5}}{x-8}=\dfrac{9\sqrt{61}}{122}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y=e^{4x^3-5x^2-7x+1}$
2. $y=\ln(2x^4+5x-1)$
3. $y=(2x^2+3x-2)^{15}$
4. $y=(2x^2+3x-1)(2x^3-5x^2-x+2)$
5. $y=\frac{x^2+x-1}{8x-9}$
6. $y=\ln\frac{x^2-5x+5}{3x^2-1}$
7. $y=e^{7x^3-1}\cdot(x^2-1)$
8. $y=\frac{e^{x^2+3}}{x^2+1}$

Solución:

1. $y=e^{4x^3-5x^2-7x+1}\Longrightarrow y'=(12x^2-10x-7)e^{4x^3-5x^2-7x+1}$
2. $y=\ln(2x^4+5x-1)\Longrightarrow y'=\dfrac{8x^3+5}{2x^4+5x-1}$
3. $y=(2x^2+3x-2)^{15}\Longrightarrow y'=15(2x^2+3x-2)^{14}(4x+3)$
4. $y=(2x^2+3x-1)(2x^3-5x^2-x+2)\Longrightarrow y'=(4x+3)(2x^3-5x^2-x+2)+(2x^2+3x-1)(6x^2-10x-1)$
5. $y=\dfrac{x^2+x-1}{8x-9}\Longrightarrow y'=\dfrac{(4x+3)(8x-9)-(x^2+x-1)8}{(8x-9)^2}$
6. $y=\ln\frac{x^2-5x+5}{3x^2-1}=\ln(x^2-5x+5)-\ln(3x^2-1)\Longrightarrow y'=\dfrac{2x-5}{x^2-5x+5}-\dfrac{6x}{3x^2-1}$
7. $y=e^{7x^3-1}\cdot(x^2-1)\Longrightarrow y'=(21x^2)e^{7x^3-1}(x^2-1)+e^{7x^3-1}(2x)$
8. $y=\frac{e^{x^2+3}}{x^2+1}\Longrightarrow y'=\dfrac{2xe^{x^2+3}(x^2+1)-e^{x^2+3}(2x)}{(x^2+1)^2}$

Problema 3 Calcular

1. las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = \dfrac{x^2+2}{x^2-5}$ en el punto $x = 2$.

2. las rectas tangente y normal a la siguiente función: $f(x) = 3e^{x-4}$ en el punto $x = 4$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(4) = 3$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = -\frac{14x}{(x^2-5)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -28$$

Recta Tangente: $y + 6 = -28(x - 2)$

Recta Normal: $y + 6 = \frac{1}{28}(x - 2)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(2) = 3$ e $y - b = m(x - a)$

$$f'(x) = 3e^{x-4} \Longrightarrow m = f'(4) = 3$$

Recta Tangente: $y - 3 = 3(x - 4)$

Recta Normal: $y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 4)$