

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Febrero 2018

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 2$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x = 0 \implies (0, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.
-

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	—	+

- $f(-x) = -f(x) \implies$ la función es IMPAR.
- Asíntotas:

- **Verticales:** No tiene, el denominador no se anula nunca.
- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2 + 1} = 0$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = \frac{-2x^2 + 2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \implies x = \pm 1$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	decreciente	creciente	decreciente

La función es creciente en el intervalo $(-1, 1)$, y decreciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$, tiene un máximo en el punto $(1, 1)$ y un mínimo en $(-1, -1)$.

g)

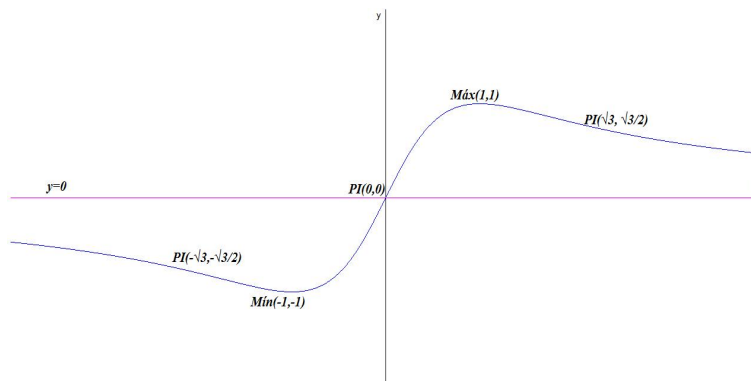
$$f''(x) = \frac{4x^3 - 12x}{(x^2 + 1)^3} = 0 \implies x = 0, \quad x = \pm\sqrt{3}$$

Luego la función si tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$(-\sqrt{3}, 0)$	$(0, \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}, +\infty)$
$f''(x)$	-	+	-	+
$f(x)$	convexa $\cap$	cóncava $\cup$	convexa $\cap$	cóncava $\cup$

Cóncava: $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$ y Convexa: $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, \infty)$

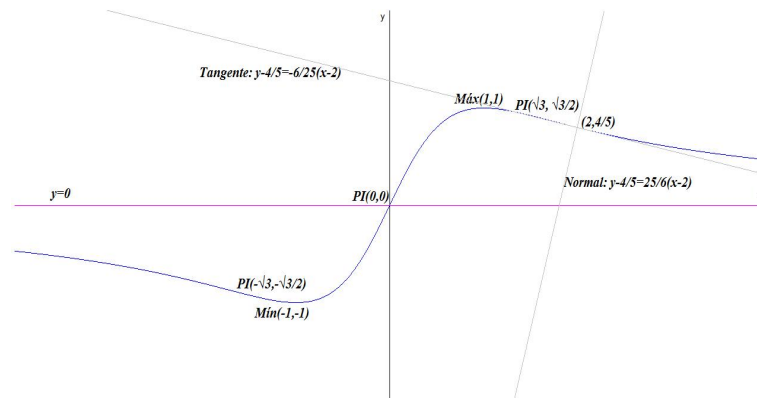
h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$: Como $m = f'(2) = -6/25$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{4}{5} = -\frac{6}{25}(x - 2)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{4}{5} = \frac{25}{6}(x - 2)$$



Como $f(2) = 4/5$ las rectas pasan por el punto $(2, 4/5)$.