

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

Febrero 2017

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 1$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{\pm 3\}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 2x^2 - 8 = 0 \implies (2, 0), (-2, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 8/9 \implies (0, 8/9)$.
-

	$(-\infty, -3)$	$(-3, -2)$	$(-2, 2)$	$(2, +\infty)$
signo	+	-	+	-

- $f(-x) = f(x) \implies$ la función es PAR.
- Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = \left[\frac{10}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = \left[\frac{10}{0^+} \right] = +\infty$$

$$x = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = \left[\frac{10}{0^+} \right] = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = \left[\frac{10}{0^-} \right] = -\infty$$

- **Horizontales:** $y = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 9} = 2$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

$$f) f'(x) = \frac{-20x}{(x^2 - 9)^2} = 0 \implies x = 0$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	creciente	decreciente

La función es decreciente en el intervalo $(0, 3) \cup (3, \infty)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -3) \cup (-3, 0)$.

La función tiene un máximo en el punto $(0, 8/9)$.

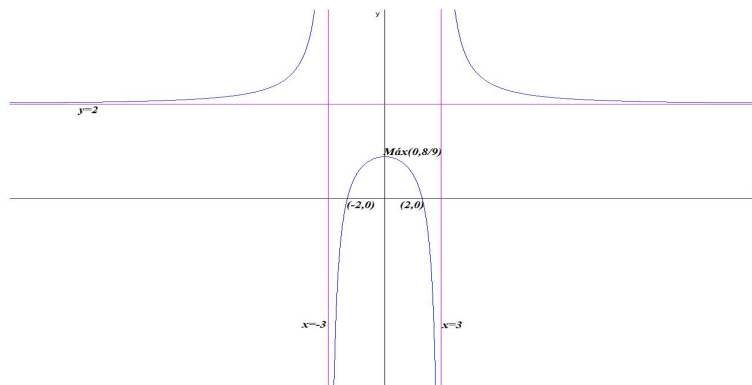
$$g) f''(x) = \frac{60x^2 + 180}{(x^2 - 9)^3} = 0 \implies 60x^2 + 180 = 0 \text{ No tiene solución y, por tanto, no hay puntos de inflexión.}$$

	$(-\infty, -3)$	$(-3, 3)$	$(3, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+
$f(x)$	cóncava	convexa	cóncava

Cóncava: $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$

Convexa : $(-3, 3)$

h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 1$:

Como $m = f'(1) = -5/16$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y - \frac{3}{4} = -\frac{5}{16}(x - 1)$$

$$\text{Recta Normal : } y - \frac{3}{4} = \frac{16}{5}(x - 1)$$

Como $f(1) = 3/4$ las rectas pasan por el punto $(1, 3/4)$.

