

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Mayo 2017

Problema 1 Dada la función

$$f(x) = -\frac{7x}{x^2 + 1}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a f en el punto de abscisa $x = 0$.

Solución:

- Dominio de f : $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- Puntos de Corte
 - Corte con el eje OX hacemos $f(x) = 0 \implies 7x = 0 \implies (0, 0)$.
 - Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies f(0) = 0 \implies (0, 0)$.
-

	$(-\infty, 0)$	$(0, +\infty)$
signo	+	-

- $f(-x) = -f(x) \implies$ la función es IMPAR.
- Asíntotas:

- **Verticales:** No hay, el denominador no se anula nunca.
- **Horizontales:** $y = 0$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(-\frac{7x}{x^2 + 1} \right) = 0$$

- **Oblicuas:** No hay por haber horizontales.

f) $f'(x) = \frac{7(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} = 0 \implies x = \pm 1$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	-	+	-
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es decreciente en el intervalo $(-1, 1)$.

La función es decreciente en el intervalo $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$.

La función tiene un máximo en el punto $(-1, 7/2)$ y un mínimo en el punto $(1, -7/2)$.

g) $f''(x) = -\frac{14x(x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3} = 0 \implies x = 0, x = \pm\sqrt{3}$

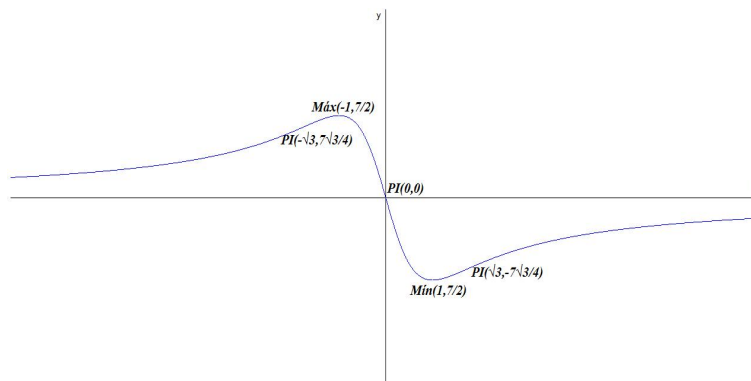
	$(-\infty, -\sqrt{3})$	$(-\sqrt{3}, 0)$	$(0, \sqrt{3})$	$(\sqrt{3}, +\infty)$
$f''(x)$	+	-	+	-
$f(x)$	cóncava	convexa	cóncava	convexa

Convexa: $(-\sqrt{3}, 0) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$

Cóncava: $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (0, \sqrt{3})$

Puntos de inflexión: $(0, 0), (-\sqrt{3}, \frac{7\sqrt{3}}{4}), (\sqrt{3}, \frac{7\sqrt{3}}{4})$

h) Representación:



- i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$:

Como $m = f'(0) = -7$ tenemos que

$$\text{Recta Tangente : } y = -7x$$

$$\text{Recta Normal : } y = \frac{1}{7}x$$

Como $f(0) = 0$ las rectas pasan por el punto $(0, 0)$.

