

Examen de Estadística

Junio 2016

Problema 1 La probabilidad de que un vehículo de esta empresa no llegue a destino en los tiempos prefijados es de 0,2 (por diferentes motivos) La empresa pone en circulación todos los días 1125 vehículos. Se plantean las siguientes preguntas:

1. (0,5 puntos) ¿Qué distribución se ajustaría a la situación planteada? ¿Qué tipo de distribución utilizaríamos para el tratamiento de datos?
2. (0,5 puntos) Probabilidad de que lleguen más de 200 vehículos fuera de los tiempos prefijados.
3. (0,5 puntos) Probabilidad de que lleguen entre 210 y 250 vehículos fuera de los tiempos prefijados.
4. (0,5 puntos) Probabilidad de que lleguen entre 205 y 220 vehículos fuera de los tiempos prefijados.
5. (0,5 puntos) Probabilidad de que lleguen menos de 207 vehículos fuera de los tiempos prefijados.
6. (0,5 puntos) Probabilidad de que lleguen entre 270 y 300 vehículos fuera de los tiempos prefijados.
7. (0,5 puntos) Si el fin de semana sólo circulan 912 vehículos, ¿cuánto esperamos que lleguen fuera de los tiempos prefijados?

Solución

1.

$$p = 0,20, \quad q = 1 - p = 0,80, \quad n = 1125 \implies B(1125; 0,20)$$

2. Como $np > 5$ y $nq > 5$:

$$\mu = np = 1125 \cdot 0,20 = 225, \quad \sigma = \sqrt{npq} = 13,42 \implies$$

$$N(225; 13,42)$$

3.

$$P(X > 200,5) = P\left(Z > \frac{200,5 - 225}{13,42}\right) = 1 - P(Z < -1,83) = 0,9664$$

4.

$$P(210,5 < X < 249,5) = P\left(\frac{210,5 - 225}{13,42} < Z < \frac{249,5 - 225}{13,42}\right) =$$

$$P(-1,08 < Z < 1,83) = P(Z < 1,83) - P(Z < -1,08) =$$

$$P(Z < 1,83) - (1 - P(Z < 1,08)) = 0,8263$$

5.

$$P(205,5 < X < 219,5) = P\left(\frac{205,5 - 225}{13,42} < Z < \frac{219,5 - 225}{13,42}\right) =$$

$$P(-1,45 < Z < -0,41) = P(Z < -0,41) - P(Z < -1,45) =$$

$$1 - P(Z < 0,41) - (1 - P(Z < 1,45)) = 0,2674$$

6.

$$P(X < 206,5) = P\left(Z < \frac{206,5 - 225}{13,42}\right) =$$

$$P(Z < -1,38) = 1 - P(Z < 1,38) = 0,0838$$

7.

$$P(270,5 < X < 299,5) = P\left(\frac{270,5 - 225}{13,42} < Z < \frac{299,5 - 225}{13,42}\right) =$$

$$P(3,39 < Z < 5,55) = 1 - 0,9997 = 0,0003$$

8. Si $n = 912$ entonces $E[X] = np = 912 \cdot 0,20 = 182,4$ como tiene que ser un número natural diríamos 182 vehículos.

Problema 2 La carga y descarga de pasajeros, en ciertas paradas de la empresa anterior, se puede aproximar por una distribución normal de media $\mu = 7$ minutos y desviación típica $\sigma = 3$ minutos. Se pide:

1. (0,5 puntos) Probabilidad de que el tiempo de carga y descarga sea superior a 9 minutos.
2. (0,75 puntos) Probabilidad de que el tiempo de carga y descarga sea entre 5 y 10 minutos.
3. (0,75 puntos) Probabilidad de que el tiempo de carga y descarga sea entre 8 y 12 minutos.
4. (0,75 puntos) Probabilidad de que el tiempo de carga y descarga sea entre 5 y 6 minutos.
5. (0,5 puntos) Probabilidad de que el tiempo de carga y descarga sea menor a 5 minutos.

Solución:

$$N(7, 3)$$

1.

$$P(X > 9) = P\left(Z > \frac{9-7}{3}\right) = P(Z > 0,67) = 1 - P(Z < 0,67) = 0,2514$$

2.

$$\begin{aligned} P(5 < X < 10) &= P\left(\frac{5-7}{3} < Z < \frac{10-7}{3}\right) = P(-0,67 < Z < 1) = \\ &= P(Z < 1) - P(Z < -0,67) = P(Z < 0,1) - (1 - P(Z < 0,67)) = 0,5899 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} P(8 < X < 12) &= P\left(\frac{8-7}{3} < Z < \frac{12-7}{3}\right) = P(0,33 < Z < 1,67) = \\ &= P(Z < 1,67) - P(Z < 0,33) = 0,3232 \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} P(5 < X < 6) &= P\left(\frac{5-7}{3} < Z < \frac{6-7}{3}\right) = P(-0,67 < Z < -0,33) = \\ &= P(Z < -0,33) - P(Z < -0,67) = 1 - P(Z < 0,33) - (1 - P(Z < 0,67)) = 0,1193 \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} P(X < 5) &= P\left(Z < \frac{5-7}{3}\right) = P(Z < -0,67) = \\ &= 1 - P(Z < 0,67) = 0,2514 \end{aligned}$$

Problema 3 En una encuesta de calidad, sobre el servicio que presta una empresa de transportes, se ha concluido que cuatro de cada cinco usuarios hacen una valoración positiva.

Se recibe, en una oficina de atención al cliente, a cinco usuarios habituales de estos servicios. Nos hacemos las siguientes preguntas en forma de probabilidad:

1. (0,5 puntos) Tres de estos usuarios tienen valoración positiva de la empresa.
2. (0,5 puntos) Ninguno tiene una valoración positiva.
3. (0,75 puntos) Todos tienen una valoración positiva.
4. (0,75 puntos) Entre dos (incluido dos) y cuatro tienen una valoración positiva.

5. (0,75 puntos) Más de uno tienen una valoración positiva.

Solución:

$$B(5; 0,8)$$

1.

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,2048$$

2.

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^5 = 0,00032$$

3.

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0,8^5 \cdot 0,2^0 = 0,3277$$

4.

$$\begin{aligned} P(2 \leq X < 4) &= P(X = 2) + P(X = 3) = \\ &= \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^3 + \binom{5}{3} \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,256 \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} P(X > 1) &= 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = \\ &= 1 - \left(\binom{5}{0} \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^4 \right) = 0,99328 \end{aligned}$$