

Examen de Estadística

Mayo 2015

Problema 1 La probabilidad de que un alumno de Móstoles apruebe la selectividad en la convocatoria de Junio es de 0,90. Este año se presentan 400 alumnos. Para hacer un estudio nos planteamos las siguientes cuestiones:

1. Tipo de distribución que se ajusta al problema indicado y calcula sus parámetros.
2. Calcula los parámetros de la distribución normal que se ajusta a la distribución anterior.
3. Calcula la probabilidad de que apruebe más de 370 alumnos.
4. Calcula la probabilidad de que aprueben entre de 350 y 390 alumnos.
5. Calcula la probabilidad de que aprueben menos de 355 alumnos.
6. Calcula la probabilidad de que aprueben entre 340 y 350 alumnos.
7. Si se presentaran 500 alumnos este año ¿Cuántos alumnos, presumiblemente, aprobarán?

Solución

1.

$$p = 0,90, \quad q = 1 - p = 0,10, \quad n = 400 \implies B(400; 0,90)$$

2. Como $np > 5$ y $nq > 5$:

$$\mu = np = 400 \cdot 0,90 = 360, \quad \sigma = \sqrt{npq} = 6 \implies$$

$$N(360; 6)$$

3.

$$P(X > 370,5) = P\left(Z > \frac{370,5 - 360}{6}\right) = 1 - P(Z < 1,75) = 0,0401$$

4.

$$P(350,5 < X < 389,5) = P\left(\frac{350,5 - 360}{6} < Z < \frac{389,5 - 360}{6}\right) =$$

$$P(-1,58 < Z < 4,92) = P(Z < 4,92) - P(Z < -1,58) =$$

$$P(Z < 4,92) - (1 - P(Z < 1,58)) = 0,9429$$

5.

$$P(X < 355,5) = P\left(Z < \frac{355,5 - 360}{6}\right) = \\ P(Z < -0,75) = 1 - P(Z < 0,75) = 0,2266$$

6.

$$P(340,5 < X < 349,5) = P\left(\frac{340,5 - 360}{6} < Z < \frac{349,5 - 360}{6}\right) = \\ P(-3,25 < Z < -1,75) = P(Z < -1,75) - P(Z < -3,25) = \\ 1 - P(Z < 1,75) - (1 - P(Z < 3,25)) = 0,0395$$

7. Si $n = 140$ entonces $E[X] = np = 500 \cdot 0,90 = 450$ trenes.

Problema 2 En la secretaría del colegio Villaeuropa de Móstoles, se ha comprobado que la entrega de reservas de matrícula en el mostrador de secretaría se ajusta a una normal de media 50 reservas con una desviación típica de 11. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. Se entreguen menos de 53 reservas.
2. Se entreguen más de 55 resevas.
3. Se entreguen entre 45 y 60 reservas.

Solución:

$$N(50, 11)$$

1.

$$P(X < 53) = P\left(Z < \frac{53 - 50}{11}\right) = P(Z < 0,27) = 0,6064$$

2.

$$P(X > 55) = P\left(Z > \frac{55 - 50}{11}\right) = P(Z > 0,45) = \\ 1 - P(Z < 0,45) = 0,3264$$

3.

$$P(45 < X < 60) = P\left(\frac{45 - 50}{11} < Z < \frac{60 - 50}{11}\right) = P(-0,45 < Z < 0,91) = \\ = P(Z < 0,91) - P(Z < -0,45) = P(Z < 0,91) - (1 - P(Z < 0,45)) = 0,4922$$

Problema 3 Los alumnos de Goyi tienen que hacer un examen final de Historia. Un total de 20 temas componen la asignatura y los alumnos se sienten agobiados. Cinco de estos alumnos deciden estudiar sólo 12 temas . Se pide:

1. Probabilidad de que únicamente dos de ellos apruebe.
2. Probabilidad de que como máximo dos de ellos aprueben.
3. Probabilidad de que todos aprueben.

Solución:

$$B(5; 0,6)$$

1.

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^3 = 0,2304$$

2.

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \\ \binom{5}{0} \cdot 0,6^0 \cdot 0,4^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,6^1 \cdot 0,4^4 + \binom{5}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^3 = 0,31744$$

3.

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0,6^5 \cdot 0,4^0 = 0,07776$$