

# Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CS)

## Febrero 2015

---

---

**Problema 1** Dada la función

$$f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$$

Se pide:

- Calcular su dominio.
- Calcular sus puntos de corte con los ejes coordenados.
- Calcular su signo.
- Calcular su simetría.
- Calcular sus asíntotas.
- Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, calculando sus extremos relativos.
- Calcular sus intervalos de concavidad y convexidad, calculando sus puntos de inflexión.
- Representación gráfica.
- Calcular las rectas tangente y normal a  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ .

**Solución:**

- Dominio de  $f$ :  $\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$
- Puntos de Corte
  - Corte con el eje  $OX$  hacemos  $f(x) = 0 \implies x^2 + 5 = 0 \implies$  No hay puntos de corte con  $OX$ .
  - Corte con el eje  $OY$  hacemos  $x = 0 \implies f(0) = -5/2 \implies (0, -5/2)$ .
- 

	$(-\infty, 2)$	$(2, +\infty)$
signo	-	+

- $f(-x) \neq \pm f(x) \implies$  la función no tiene simetrías.

e) Asíntotas:

- **Verticales:**  $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \left[ \frac{9}{0^-} \right] = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \left[ \frac{9}{0^+} \right] = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{x - 2} = \infty$$

- **Oblicuas:**  $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5}{x^2 - 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x - 2} - x \right) = 2$$

Luego la asíntota oblicua es  $y = x + 2$

f)

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2} = 0 \implies x = -1, x = 5$$

	$(-\infty, -1)$	$(-1, 5)$	$(5, +\infty)$
$f'(x)$	+	-	+
$f(x)$	creciente	decreciente	creciente

La función es creciente en el intervalo  $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$ .

La función es decreciente en el intervalo  $(-1, 2) \cup (2, 5)$ .

La función tiene un máximo en el punto  $(-1, -2)$  y un mínimo en  $(5, 10)$ .

g)

$$f''(x) = \frac{18}{(x - 2)^3} \neq 0$$

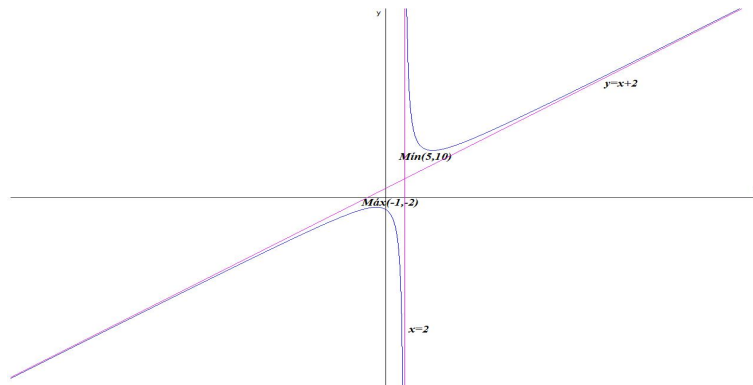
Luego la función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 2)$	$(2, +\infty)$
$f''(x)$	-	+
$f(x)$	convexa	cóncava

Cóncava:  $(2, +\infty)$

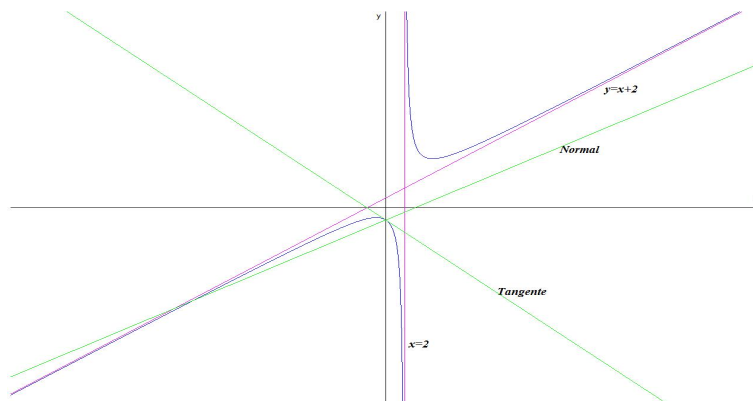
Convexa:  $(-\infty, 2)$

h) Representación:



i) Calcular las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 0$ :

Como  $m = f'(0) = -5/4$  tenemos que



$$\text{Recta Tangente : } y + \frac{5}{2} = -\frac{5}{4}x$$

$$\text{Recta Normal : } y + \frac{5}{2} = \frac{4}{5}x$$

Como  $f(0) = -5/2$  las rectas pasan por el punto  $(0, -5/2)$ .