Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN
Noviembre 2014

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}-\sqrt{2x^2+2x-1}\right)$
2. $\lim_{x\longrightarrow 1}\frac{8x^4-5x^2-4x+1}{3x^5+x-4}$
3. $\lim_{x\longrightarrow 5}\frac{\sqrt{3x^2-8}-\sqrt{12x+7}}{x-5}$
4. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+x-5}{x^2}\right)^{x-1}$
5. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{5x^2+2x-1}}{-x+3}$
6. $\lim_{x\longrightarrow 0}\frac{x^5-x^2+2x}{4x}$

Solución:

1. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{2x^2-3x+1}-\sqrt{2x^2+2x-1}\right)=-\frac{5\sqrt{2}}{4}$
2. $\lim_{x\longrightarrow 1}\frac{8x^4-5x^2-4x+1}{3x^5+x-4}=\frac{9}{8}$
3. $\lim_{x\longrightarrow 5}\frac{\sqrt{3x^2-8}-\sqrt{12x+7}}{x-5}=\frac{9\sqrt{67}}{67}$
4. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{x^2+x-5}{x^2}\right)^{x-1}=e$
5. $\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{3x^2-x+2}}{-x+8}=-\sqrt{5}$
6. $\lim_{x\longrightarrow 0}\frac{x^5-x^2+2x}{4x}=\frac{1}{2}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y=(3x^2+x-9)^{16}$
2. $y=\ln\left(\frac{7x+2}{2x^3-1}\right)$

3. $y = x^2 \sec x$
4. $y = \dfrac{\sin x}{3x^2+1}$
5. $y = \sec(x^2 - 2x - 1)^2$
6. $y = (\cos x)^{3x+1}$

Solución:

1. $y = (3x^2 + x - 9)^{16} \Longrightarrow y' = 16(3x^2 + x - 9)^{15}(6x+1)$
2. $y = y = \ln\left(\dfrac{7x+2}{2x^3-1}\right) \Longrightarrow y' = \dfrac{7}{7x+2} - \dfrac{6x^2}{2x^3-1}$
3. $y = x^2 \sec x \Longrightarrow y' = 2x \sec x + x^2 \sec x \tan x$
4. $y = \dfrac{\sin x}{3x^2+1} \Longrightarrow y' = \dfrac{\cos x \cdot (3x^2+1) - (6x)\sin x}{(3x^2+1)^2}$
5. $y = \sec(x^2 - 2x - 1)^2 \Longrightarrow y' = 2(2x-2)(x^2-2x-1)\tan(x^2 - 2x - 1)^2 \sec(x^2-2x-1)^2$
6. $y = (\cos x)^{3x+1} \Longrightarrow y' = (\cos x)^{3x+1}\left(3\ln(\cos x) + (3x+1)\frac{-\sin x}{\cos x}\right)$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{5x^2-1}{x^2+2}$ en el punto $x = 1$.
2. $f(x) = \dfrac{x^2+3}{2x-1}$ en el punto $x = 0$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = \dfrac{4}{3}$ e $y - b = m(x-a)$

   $$f'(x) = -\frac{22x}{(x^2+2)^2} \Longrightarrow m = f'(1) = \frac{22}{9}$$

   Recta Tangente: $y - \dfrac{4}{3} = \dfrac{22}{9}(x-1)$

   Recta Normal: $y - \dfrac{4}{3} = -\dfrac{9}{22}(x-1)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(0) = -3$ e $y - b = m(x-a)$

   $$f'(x) = \frac{2(x^2-x-3)}{(2x-1)^2} \Longrightarrow m = f'(0) = -6$$

   Recta Tangente: $y + 3 = -6x$

   Recta Normal: $y + 3 = \dfrac{1}{6}x$