Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato CN

Enero 2013

Problema 1 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{3x^2-2}-\sqrt{3x^2-2x+1}\right)$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{3x^4-2x^2-1}{x^2+3x-4}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2-7}-\sqrt{2x+8}}{x-5}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{e^{2x^2-1}}{7x-1}$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{e^{x-4}+9}{e^{x-4}-1}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0}\dfrac{\sin^2 x+3x}{2x\cos x}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{3x^2-2}-\sqrt{3x^2-2x+1}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow 1}\dfrac{3x^4-2x^2-1}{x^2+3x-4}=\dfrac{8}{5}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{x^2-7}-\sqrt{2x+8}}{x-5}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{e^{2x^2-1}}{7x-1}=\infty$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\dfrac{e^{x-4}+9}{e^{x-4}-1}=1$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow 0}\dfrac{\sin^2 x+3x}{2x\cos x}=\dfrac{3}{2}$

Problema 2 Calcular las siguientes derivadas:

1. $y=(4x^3-2)^{15}$

2. $y=\ln\left(\dfrac{7x-3}{x^3}\right)$

3. $y=x^4\sec x$

4. $y = \dfrac{\cos x}{x^2+5}$
5. $y = \sec(x^2+1)^2$
6. $y = (\sin x)^{x^2+2}$

Solución:

1. $y = (4x^3-2)^{15} \Longrightarrow y' = 15(4x^3-2)^{14}(12x^2)$
2. $y = \ln\left(\dfrac{7x-3}{x^3}\right) \Longrightarrow y' = \dfrac{7}{7x-3} - \dfrac{3x^2}{x^3}$
3. $y = x^4 \sec x \Longrightarrow y' = 4x^3 \sec x + x^4 \sec x \tan x$
4. $y = \dfrac{\cos x}{x^2+5} \Longrightarrow y' = \dfrac{-\sin x \cdot (x^2+5) - 2x\cos x}{(x^2+5)^2}$
5. $y = \sec(x^2+1)^2 \Longrightarrow y' = 2(2x)(x^2+1)\tan(x^2+1)^2 \sec(x^2+1)^2$
6. $y = (\sin x)^{x^2+2} \Longrightarrow y' = (\sin x)^{x^2+2}\left(2x\ln(\sin x) + (x^2+2)\frac{\cos x}{\sin x}\right)$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones:

1. $f(x) = \dfrac{2x-3}{3x}$ en el punto $x = 1$.
2. $f(x) = xe^{x-1}$ en el punto $x = 1$.

Solución:

1. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = -\dfrac{1}{3}$ e $y - b = m(x-a)$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \Longrightarrow m = f'(1) = 1$$

Recta Tangente: $y + \dfrac{1}{3} = x - 1$

Recta Normal: $y + \dfrac{1}{3} = -(x-1)$

2. $b = f(a) \Longrightarrow b = f(1) = 1$ e $y - b = m(x-a)$

$$f'(x) = e^{x-1} + xe^{x-1} \Longrightarrow m = f'(1) = 2$$

Recta Tangente: $y - 1 = 2(x-1)$

Recta Normal: $y - 1 = -\dfrac{1}{2}(x-1)$