Examen de Estadística

Mayo 2013

Problema 1 Un estudio general sobre la llegada de trenes a la estación de cercanías de Atocha establece que, cualquier día laborable, el porcentaje de trenes retrasados es del 2 %.
Elegido un día laborable al azar, la planificación de circulación de trenes para ese día es de 1500 trenes que pasarán por la estación de Atocha. Se pide:

1. Tipo de distribución que se ajusta al problema indicado y calcula sus parámetros.
2. Calcula los parámetros de la distribución normal que se ajusta a la distribución anterior.
3. Calcula la probabilidad de que ese día lleguen a la estación en estudio más de 35 trenes retrasados.
4. Calcula la probabilidad de que ese día lleguen a la estación en estudio entre de 20 y 28 trenes retrasados.
5. Calcula la probabilidad de que ese día lleguen a la estación en estudio menos de 27 trenes retrasados.
6. Calcula la probabilidad de que ese día lleguen a la estación en estudio entre de 25 y 35 trenes retrasados.
7. Si otro día en el que circulan 1000 trenes por esa estación y, si tenemos en cuenta que por cada tren retrasado se tienen que formalizar, en la oficina de atención al cliente, 5 justificantes de retraso para los clientes ¿cuántos tendrán dar?

Solución

1.

$$p = 0,02, \ \ q = 1 - p = 0,98, \ \ n = 1500 \Longrightarrow B(1500; 0,02)$$

2. Como $np > 5$ y $nq > 5$:

$$\mu = np = 30 \cdot 0,02 = 30, \ \ \sigma = \sqrt{npq} = 5,42 \Longrightarrow$$

$$N(30; 5,42)$$

3.

$$P(X > 35,5) = P\left(Z > \frac{35,5 - 30}{5,42}\right) = 1 - P(Z < 1,01) = 0,1562$$

4.

$$P(20,5 < X < 27,5) = P\left(\frac{20,5-30}{5,42} < Z < \frac{27,5-30}{5,42}\right) =$$

$$P\left(-1,75 < Z < -0,46\right) = P(Z < -0,46) - P(Z < -1,75) =$$

$$P(Z < 1,75) - P(Z < 0,46) = 0,2827$$

5.

$$P(X < 27,5) = P\left(Z < \frac{27,5-30}{5,42}\right) =$$

$$P\left(Z < -0,46\right) = 1 - P(Z < 0,46) = 0,3228$$

6.

$$P(25,5 < X < 34,5) = P\left(\frac{25,5-30}{5,42} < Z < \frac{34,5-30}{5,42}\right) =$$

$$P\left(-0,83 < Z < 0,83\right) = P(Z < 0,83) - P(Z < -0,83) =$$

$$P(Z < 0,83) - (1 - P(Z < 0,83)) = 0,5934$$

7. Si $n = 1000$ entonces $E[X] = np = 1000 \cdot 0,02 = 20 \Longrightarrow 20 \cdot 5 = 100$ justificantes.

Problema 2 El tiempo de atención a un cliente en una oficina de atención al cliente en una estación ferroviaria sigue el comportamiento de una distribución normal de media 15 minutos con una desviación típica de 3 minutos. Se pide calcular las siguientes probabilidades:

1. Atender a una persona en menos de 12 minutos.
2. Atender a una persona en más de 18 minutos.
3. Atender a una persona entre 12 y 16 minutos.

Solución:

$$N(15,3)$$

1.

$$P(X < 12) = P\left(Z < \frac{12-15}{3}\right) = P(Z < -1) =$$

$$1 - P(Z < 1) = 0,1587$$

2.

$$P(X > 18) = P\left(Z > \frac{18-15}{3}\right) = P(Z > 1) =$$

$$1 - P(Z < 1) = 0,1587$$

3.

$$P(12 < X < 16) = P\left(\frac{12-15}{3} < Z < \frac{16-15}{3}\right) = P(-1 < Z < 0,33) =$$

$$= P(Z < 0,33) - P(Z < -1) = P(Z < 0,33) - (1 - P(Z < 1)) = 0,4706$$

Problema 3 Por una estación que carece de torniquetes de entrada se sabe que el porcentaje de viajeros que acceden al tren con su billete reglamentario es del 80 %. Cinco amigos quedan en el andén de esta estación. Se pide:

1. Probabilidad de que únicamente dos de ellos lleven su billete reglamentario.
2. Probabilidad de que como máximo dos de ellos lleven su billete reglamentario.
3. Probabilidad de que todos lleven su billete reglamentario.

Solución:

$$B(5; 0,8)$$

1.

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^3 = 0,0512$$

2.

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$\binom{5}{0} \cdot 0,8^0 \cdot 0,2^5 + \binom{5}{1} \cdot 0,8^1 \cdot 0,2^4 + \binom{5}{2} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^3 = 0,0521$$

3.

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} \cdot 0,8^5 \cdot 0,2^0 = 0,32768$$