Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Diciembre 2011

Problema 1 Calcular los siguientes límites

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{3x^2-x+1}\right)$

b) Calcular n que cumpla:

$$\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{2x^2-x+1}{2x^2+1}\right)^{3nx}=3$$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{2x+6}-\sqrt{x^2-9}}{x-5}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^2+x-6}$

Solución:

a) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty}\left(\sqrt{3x^2+1}-\sqrt{3x^2-x+1}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

b)

$$\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{2x^2-x+1}{2x^2+1}\right)^{3nx}=e^{-3n/2}=3\Longrightarrow n=-\frac{2\ln 3}{3}$$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow 5}\dfrac{\sqrt{2x+6}-\sqrt{x^2-9}}{x-5}=-1$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{x^2+x-6}=0$

Problema 2 Calcular la derivada de las siguientes funciones

a) $y=(3x^5+1)^{11}$

b) $y=e^{5x^2+1}$

c) $y=e^x\cos x$

d) $y=\dfrac{3x^2+x-1}{2x-1}$

e) $y=\ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^2+3}\right)$

f) $y = 3^{x^2-2}$

g) $y = (x^2-1)^{x+2}$

Solución:

a) $y = (3x^5+1)^{11} \Longrightarrow y' = 11(3x^5+1)^{10}(15x)$

b) $y = e^{5x^2+1} \Longrightarrow y' = 10xe^{5x^2+1}$

c) $y = e^x \cos x \Longrightarrow y' = e^x \cos x \sin x - e^x \sin x$

d) $y = \dfrac{3x^2+x-1}{2x-1} \Longrightarrow \dfrac{(6x+1)(2x-1)+(3x^2+x-1)(2)}{(2x-1)^2}$

e) $y = \ln\left(\dfrac{x^2+1}{x^2+3}\right) = \ln(x^2+1) - \ln(x^2+3) \Longrightarrow y' = \dfrac{2x}{x^2+1} - \dfrac{2x}{x^2+3}$

f) $y = 3^{x^2-2} \Longrightarrow y' = 2x3^{x^2-2}\ln 3$

g) $y = (x^2-1)^{x+2} \Longrightarrow y' = (x^2-1)^{x+2}\left(\ln(x^2-1) + \dfrac{2x(x+2)}{x^2-1}\right)$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de las siguientes funciones en el punto de abcisa $x = 2$

a) $f(x) = \dfrac{2x}{x^2-2}$

b) $f(x) = e^{x^2-1}$

Solución:

a) $f(2) = 2,\ f'(x) = \dfrac{-2x^2-4}{(x^2-2)^2} \Longrightarrow m = f'(2) = -3$

Recta tangente: $y - 2 = -3(x-2)$

Recta normal: $y - 2 = 1/3(x-2)$

b) $f(2) = e^3,\ f'(x) = 2xe^{x^2-1} \Longrightarrow f'(2) = 4e^3$

Recta tangente: $y - e^3 = 4e^3(x-2)$

Recta normal: $y - e^3 = -\dfrac{1}{4e^3}(x-2)$