

## Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2011

---

---

**Problema 1** Calcular la ecuación de una circunferencia que pasa por los puntos  $A(0, -2)$ ,  $B(3, 0)$  y  $C(1, 4)$ . Obtener su centro y su radio.

**Solución:**

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$
$$r : \begin{cases} -2n + p = -4 \\ 3m + p = -9 \\ m + 4n + p = -17 \end{cases} \implies \begin{cases} m = -1/4 \\ n = -17/8 \\ p = -33/4 \end{cases} \implies$$
$$x^2 + y^2 - \frac{6}{7}x - \frac{17}{7}y - \frac{45}{7} = 0 \implies 7x^2 + 7y^2 - 6x - 17y - 45 = 0$$
$$\begin{cases} m = -2a = -1/4 \implies a = -1/8 \\ n = -2b = -17/8 \implies b = -17/16 \\ p = -33/4 = a^2 + b^2 - r^2 \implies r = \frac{\sqrt{2405}}{16} = 3,065 \end{cases} \implies$$
$$\text{Centro} = \left( -\frac{1}{8}, -\frac{17}{16} \right), \quad r = \frac{\sqrt{2405}}{16} = 3,065$$

**Problema 2** Sea la recta  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1}$  y sea el punto  $P(3, 3)$ . Encontrar los puntos de la recta  $r$  que se encuentran a una distancia igual a 5 del punto  $P$ .

**Solución:**

Construimos una circunferencia de centro  $P$  y radio  $\sqrt{7}$  y luego calculamos los puntos de corte de esta circunferencia con la recta  $r$ .

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 = 25, \quad r : \begin{cases} \vec{u}_r = (2, 1) \\ P_r(1, 3) \end{cases} \implies r : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 3 + \lambda \end{cases}$$
$$(-2 + 2\lambda)^2 + \lambda^2 = 25 \implies 5\lambda^2 - 8\lambda - 21 = 0 \implies \begin{cases} \lambda_1 = 3 \\ \lambda_2 = -1,4 \end{cases}$$
$$\begin{cases} \lambda_1 = 3 \\ \lambda_2 = -1,4 \end{cases} \implies \begin{cases} P'(7, 6) \\ P''(-1, 8; 1, 6) \end{cases}$$

**Problema 3** Calcular la recta tangente a la circunferencia  $x^2 + y^2 - 4x - 4y - 6 = 0$  en el punto  $P(3, 1)$ .

**Solución:**

La circunferencia tiene de centro  $C(2,2)$  y radio  $r = \sqrt{2}$ . El vector  $\overrightarrow{CP} = (1, -1)$  es perpendicular a la recta tangente, luego:

$$x - y + \lambda = 0 \implies 3 - 1 + \lambda = 0 \implies \lambda = -2$$

La recta tangente es:  $x - y - 2 = 0$

**Problema 4** Dadas las rectas  $r : x + y - 2 = 0$  y  $s : \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = \lambda \end{cases}$ , se pide calcular:

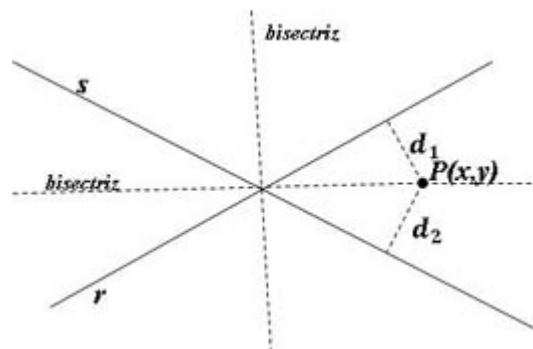
1. Su punto de corte.
2. Ángulo que forman.
3. Sus bisectrices.

**Solución:**

1.  $(1 + 2\lambda) + (\lambda) - 2 = 0 \implies \lambda = \frac{1}{3} \implies \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}\right)$

2.

$$\begin{cases} r : x + y - 2 = 0 \implies (1, 1) \\ s : x - 2y - 1 = 0 \implies (1, -2) \end{cases} \implies \cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{2}\sqrt{5}} \implies \alpha = 108^\circ 26' 6''$$



3.

$$d(P, r) = d(P, s) \implies \frac{|x + y - 2|}{\sqrt{2}} = \frac{|x - 2y - 1|}{\sqrt{5}}$$

- $x + y - 2 = 0, 63(x - 2y - 1) \implies 37x + 226y - 137 = 0$
- $x + y - 2 = -0, 63(x - 2y - 1) \implies 163x - 26y - 263 = 0$