

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato
Febrero 2011

Problema 1 Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x - 1} - \sqrt{3x^2 + 2x - 8})$
2. Calcular n que cumpla:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 1} \right)^{3nx} = 2$$

3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{4x + 2}}{x - 5}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 14}{x^3 + x^2 - 6x + 2}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 2x^2 - 1}{3e^{2x} + x}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - e^x}{\sin(2x)}$

Solución:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + x - 1} - \sqrt{3x^2 + 2x - 8}) = -\frac{\sqrt{3}}{6}$
2.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 1} \right)^{3nx} = 2 \implies n = -\frac{\ln 2}{9}$$
3. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - \sqrt{4x + 2}}{x - 5} = \frac{3\sqrt{22}}{22}$
4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + x - 14}{x^3 + x^2 - 6x + 2} = 0$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} + 2x^2 - 1}{3e^{2x} + x} = \frac{1}{3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - e^x}{\sin(2x)} = -\frac{1}{2}$

Problema 2 Calcular la derivada de las siguientes funciones

1. $y = (9x^2 + 1)^7$

2. $y = 2x \arctan x$

3. $y = \frac{x^2 + 5}{\sin x}$

4. $y = (3x - 1)^{\cos x}$

Solución:

1. $y = (9x^2 + 1)^7 \implies y' = 7(9x^2 + 1)^6(18x)$

2. $y = 2x \arctan x \implies y' = 2 \arctan x + 2x \frac{1}{1+x^2}$

3. $y = \frac{x^2 + 5}{\sin x} \implies y' = \frac{2x \sin x - (x^2 + 5) \cos x}{\sin^2 x}$

4. $y = \frac{\sin x}{x^2 + 1} \implies y' = \frac{\cos x(x^2 + 1) - 2x \sin x}{(x^2 + 1)^2}$

5. $y = (3x - 1)^{\cos x} \implies y' = (3x - 1)^{\cos x} \left(-\sin x \ln(3x - 1) + \frac{3 \cos x}{3x - 1} \right)$

Problema 3 Calcular las rectas tangente y normal de la siguiente función en el punto de abscisa $x = 1$

$$f(x) = e^{x^2-1}$$

Solución:

$$f(1) = 1, f'(x) = 2xe^{x^2-1} \implies m = f'(1) = 2$$

$$\text{Recta tangente: } y - 1 = 2(x - 1)$$

$$\text{Recta normal: } y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$$

Problema 4 Calcular la derivada de las siguientes funciones

1. $\int \left(\frac{3x^2 + \sqrt{x} - 2}{x^3} \right) dx$

2. $\int (x^3 + 3x + 5e^x) dx$

3. $\int \frac{x^2}{5x^3 + 1} dx$

4. $\int x \sin(3x^2 + 8) dx$

Solución:

$$1. \int \left(\frac{3x^2 + \sqrt{x} - 2}{x^3} \right) dx = 3 \ln|x| - \frac{2}{3x\sqrt{x}} + \frac{1}{x^2} + C$$

$$2. \int (x^3 + 3x + 5e^x) dx = \frac{x^4}{4} + \frac{3x^2}{2} + 5e^x + C$$

$$3. \int \frac{x^2}{5x^3 + 1} dx = \frac{1}{15} \ln|5x^3 + 1| + C$$

$$4. \int x \sin(3x^2 + 8) dx = -\frac{1}{6} \cos(3x^2 + 8) + C$$