Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Octubre 2009

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y+ & z= & 6\\ x & - & 2z= & -5\\ 2x- & y+ & 2z= & 6\end{array}\right. ; \quad \left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y- & z= & 2\\ 2x- & y+ & z= & 0\\ x- & 5y+ & 5z= & 1\end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y+ & z= & 6\\ x & - & 2z= & -5\\ 2x- & y+ & 2z= & 6\end{array}\right. \text{Sistema Compatible Determinado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1\\ y=2\\ z=3\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rrrr} x+ & y- & z= & 1\\ 3x- & y+ & z= & 0\\ x+ & y- & 2z= & 1\end{array}\right. \text{Sistema Incompatible}$$

Problema 2 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{3x^3+2x^2-x+8}{2x^3+x-1}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{x^2+1}{2x^3+x^2-x+1}$
3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{-3x^4+2x^3}{x^2+3}$
4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{3x^2+x-1}{2x^2-1}\right)^{x+8}$
5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{x^2+x+5}{2x^2+3}\right)^{\frac{x+5}{2}}$
6. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x+8}{2x-1}\right)^{x-3}$

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{3x^3+2x^2-x+8}{2x^3+x-1} = \dfrac{3}{2}$
2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{x^2+1}{2x^3+x^2-x+1} = 0$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{-3x^4+2x^3}{x^2+3} = -\infty$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{3x^2+x-1}{2x^2-1}\right)^{x+8} = \infty$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{x^2+x+5}{2x^2+3}\right)^{\frac{x+5}{2}} = 0$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x+8}{2x-1}\right)^{x-3} = e^{9/2}$

Problema 3 Calcular los siguientes límites:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{2x^2-x+1}}{x+2}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{-x^3+1}{\sqrt{x+5}}$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \sqrt{\dfrac{2x+1}{2x+3}}$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{3x^3-1}}{x^2+2}$

5. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{3x^3-2x^2+\sqrt{3x-1}+5}{2x^3+5}$

6. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\sqrt{x+5}-\sqrt{x-1}\right)$

7. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\sqrt{x^2-x+2}-\sqrt{x^2+2x-1}\right)$

8. Sabiendo que $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{3x-1}{3x}\right)^{nx} = 5$, calcular n.

Solución:

1. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{2x^2-x+1}}{x+2} = \sqrt{2}$

2. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{-x^3+1}{\sqrt{x+5}} = -\infty$

3. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \sqrt{\dfrac{2x+1}{2x+3}} = 1$

4. $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{3x^3-1}}{x^2+2} = 0$

5. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \dfrac{3x^3 - 2x^2 + \sqrt{3x-1} + 5}{2x^3 + 5} = \dfrac{3}{2}$

6. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\sqrt{x+5} - \sqrt{x-1} \right) = 0$

7. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - x + 2} - \sqrt{x^2 + 2x - 1} \right) = -\dfrac{3}{2}$

8. $\lim\limits_{x \longrightarrow \infty} \left(\dfrac{3x-1}{3x} \right)^{nx} = 5 \Longrightarrow n = -4,828.$