# Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

**Marzo 2008**

**Problema 1** Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$\cos 2x + \cos x = 0$$

**Solución:**

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \cos x = 0 \Longrightarrow \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) + \cos x = 0 \Longrightarrow$$

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Longrightarrow (t = \sin x) \Longrightarrow 2t^2 + t - 1 = 0 \Longrightarrow t = -1, \;\; t = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \left\{ \begin{array}{l} \dfrac{1}{4} \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 60^{\rm o} + 2k\pi \\ x = 300^{\rm o} + 2k\pi \end{array} \right. \\ \\ -1 \Longrightarrow x = 180^{\rm o} + 2k\pi \end{array} \right.$$

**Problema 2** Si $z = 2 - 4i$, y $w = -1 + i$ calcular:

a) $z + w$, $z \cdot w$ y $z/w$.

b) $z^9$

c) las raices de $\sqrt[4]{w}$

**Solución:**

a) $z + w = 1 - 3i$, $z \cdot w = 2 + 6i$ y $\dfrac{z}{w} = -3 + i$.

b) $z = \sqrt{20}_{296^{\rm o}33'54''} \Longrightarrow z^9 = (\sqrt{20})^9_{149^{\rm o}5'6''} = (\sqrt{20})^9(\cos 149^{\rm o}5'6'' + i \sin 149^{\rm o}5'6'')$

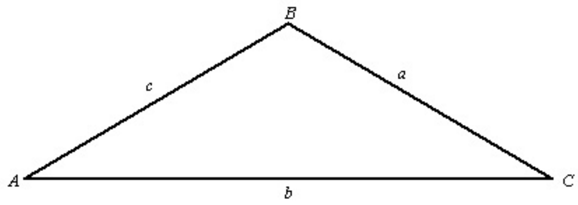
c) $w = \sqrt{2}_{135^{\rm o}}$ :

$$\sqrt[4]{w} = \left\{ \begin{array}{l} \sqrt[8]{2}_{33^{\rm o}45'} = \sqrt[8]{2}(\cos 33^{\rm o}45' + i \sin 33^{\rm o}45') \\ \sqrt[8]{2}_{123^{\rm o}45'} = \sqrt[8]{2}(\cos 123^{\rm o}45' + i \sin 123^{\rm o}45') \\ \sqrt[8]{2}_{213^{\rm o}45'} = \sqrt[8]{2}(\cos 213^{\rm o}45' + i \sin 213^{\rm o}45') \\ \sqrt[8]{2}_{303^{\rm o}45'} = \sqrt[8]{2}(\cos 303^{\rm o}45' + i \sin 303^{\rm o}45') \end{array} \right.$$

**Problema 3** Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen: $a = 10$ cm, $b = 4$ cm y $C = 35^{\rm o}$.

**Solución:**

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C = 100 + 16 - 80\cos 35^{\rm o} = 7,104\, cm$$




$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Longrightarrow \cos A = -0,59 \Longrightarrow A = 126^o15'16''$$

Otra manera:

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \Longrightarrow \frac{7,104}{\sin 35^o} = \frac{10}{\sin A} \Longrightarrow A = 53^o50'33''$$

La calculadora nos da como resultado $A = 53^o50'33''$, pero este resultado no es válido dado que, el ángulo $A$ tiene que ser obtuso, lo que corresponde al ángulo $180^o - 53^o50'33'' = 126^o9'27''$

$$B = 180^o - (A + C) = 18^o49'43''$$

$$S\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 11,63\ cm^2$$

donde $p = \dfrac{a+b+c}{2}$

**Problema 4** Dos aeropuertos $A$ y $B$ reciben la señal de un avión, que está pidiendo un aterrizaje forzoso por la avería de uno de sus motores. El aeropuerto $A$ recibe la señal con un ángulo de $35^o$ y el $B$ con $20^o$, ambos medidos con la horizontal. Si los aeropuertos están separados por una distancia de $200\ Km$, calcular la distancia desde cada aeropuerto al avión.

**Solución:**

$$C = 180^o - (35^o + 20^o) = 125^o$$

$$\frac{200}{\sin 125^o} = \frac{a}{\sin 35^o} \Longrightarrow a = 140,0415\,Km$$

$$\frac{200}{\sin 125^o} = \frac{b}{\sin 20^o} \Longrightarrow b = 83,5059\,Km$$

**Problema 5** Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\pi, \dfrac{3\pi}{2}\right]$, sabiendo que $\tan\alpha = 2$

**Solución:**

$$\tan\alpha = 2 \Longrightarrow \cot\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\tan^2\alpha + 1 = \sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha = -\sqrt{5} \Longrightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$1 + \cot^2\alpha = \csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2} \Longrightarrow \sin\alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$