

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2008

Problema 1 Encontrar todas las razones trigonométricas de $\alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, sabiendo que $\tan \alpha = -\frac{3}{2}$

Solución:

$$\tan \alpha = -\frac{3}{2} \implies \cot \alpha = -\frac{2}{3}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha \implies \csc \alpha = \frac{\sqrt{13}}{3} \implies \sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$\tan^2 \alpha + 1 = \sec^2 \alpha \implies \sec \alpha = -\frac{\sqrt{13}}{2} \implies \cos \alpha = -\frac{2}{\sqrt{13}} = -\frac{2\sqrt{13}}{13}$$

Problema 2 Resolver la siguiente ecuación trigonométrica

$$3 \sin^2 x + \cos^2 x + \sin x - 2 = 0$$

Solución:

$$3 \sin^2 x + \cos^2 x + \sin x - 2 = 0 \implies 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \implies$$

$$(t = \sin x) \implies 2t^2 + t - 1 = 0 \implies t = -1, \quad t = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \begin{cases} \frac{1}{2} \implies \begin{cases} x = 30^\circ + 2k\pi \\ x = 150^\circ + 2k\pi \end{cases} \\ -1 \implies x = 270^\circ + 2k\pi \end{cases}$$

Problema 3 Demostrar que: $\cos^2 x = \frac{\sin 2x}{2 \tan x}$

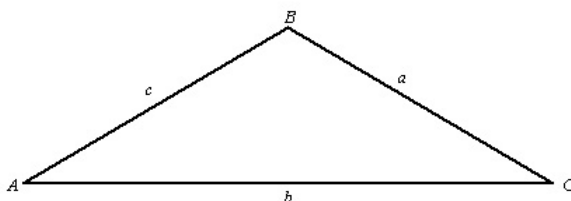
Solución:

$$\frac{\sin 2x}{2 \tan x} = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \frac{\sin x}{\cos x}} = \cos^2 x$$

Problema 4 Resolver un triángulo no rectángulo del que se conocen: $a = 4$ cm, $b = 6$ cm y $C = 40^\circ$.

Solución:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \implies c^2 = 16 + 36 - 48 \cos 40^\circ \implies c = 3,9 \text{ cm}$$



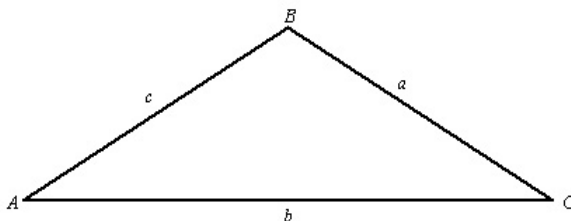
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos A \implies 16 = 36 + 15,21 - 46,8 \cos A \implies A = 41^\circ 12' 20''$$

$$B = 180^\circ - (A + C) = 98^\circ 47' 40''$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} = 6,95 \implies S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 7,70 \text{ cm}^2$$

Problema 5 Dos amigos aficionados a la astronomía y, que se encuentran separados por una distancia de 1000 Km, están observando un foco de luz que, por una causa desconocida había aparecido en el firmamento en medio de las estrellas. Ese objeto luminoso se confunde con lo que sería una nueva estrella desconocida, por lo que deciden investigar. Uno de ellos apunta con su telescopio bajo un ángulo de 85° , mientras que el otro lo hace con un ángulo de 87° . Calcular la distancia de cada uno de ellos al objeto en cuestión. ¿Se tratará de una estrella?

Solución:



$$B = 180^\circ - (A + C) = 180^\circ - 172^\circ = 8^\circ$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \implies \frac{a}{\sin 85^\circ} = \frac{1000}{\sin 8^\circ} \implies a = 7157,95 \text{ Km}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B} \implies \frac{c}{\sin 87^\circ} = \frac{1000}{\sin 8^\circ} \implies c = 7175,45 \text{ Km}$$

Está claro de que no es una estrella.