Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Octubre 2007

Problema 1 Discutir y resolver por el método de Gauss los siguientes sistemas:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x+ & y+ & z=5 \\ x- & 3y+ & z=4 \\ 2x+ & y- & z=2 \end{array}\right. ; \quad \left\{\begin{array}{rrr} x+ & y- & z=3 \\ 3x+ & y- & 2z=5 \\ 2x- & & z=2 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{rrr} x+ & y+ & z=5 \\ x- & 3y+ & z=4 \\ 2x+ & y- & z=2 \end{array}\right. \text{Sistema Compatible Determinado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=13/6 \\ y=1/4 \\ z=31/12 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{rrr} x+ & y- & z=3 \\ 3x+ & y- & 2z=5 \\ 2x- & & z=2 \end{array}\right. \text{Sistema Compatible Indeterminado} \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x=1+\dfrac{1}{2}\lambda \\ \\ y=2+\dfrac{1}{2}\lambda \\ \\ z=\lambda \end{array}\right.$$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

a) $\log(3x-1)+\log(x-1)=1+\log x$

b) $\log(4x+3)-\log x=1$

c) $\log(x-2)-\log(x+3)=1+\log x$

Solución:

a) $\log(3x-1)+\log(x-1)=1+\log x \Longrightarrow \log(3x^2-x-3x+1)=\log 10x \Longrightarrow$

$3x^2-14x+1=0 \Longrightarrow x=0,0726$(No vale) y $x=4,594$.

b) $\log(4x+3)-\log x=1 \Longrightarrow \log\dfrac{4x+3}{x}=\log 10 \Longrightarrow 4x+3=10x \Longrightarrow$ $x=\dfrac{1}{2}$.

c) $\log(x-2)-\log(x+3)=1+\log x \Longrightarrow \log\dfrac{x-2}{x+3}=\log(10x) \Longrightarrow$ $10x^2+29x+2=0 \Longrightarrow x=-0,07;\ x=-2,83$(no vale ninguna de las dos).

Problema 3 Resolver el siguiente sistema

$$\left\{\begin{array}{c} x\cdot y=6\\ x+2y=8\end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{c} x\cdot y=6\\ x+2y=8\end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} x=2,\ \ y=3\\ x=6,\ \ y=1\end{array}\right.$$

Problema 4 Resolver las inecuaciones siguientes:

a) $\dfrac{x}{4}-\dfrac{3x+2}{3}\le 1-\dfrac{x+1}{12}$

b) $\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}\ge 0$

Solución:

a) $\dfrac{x}{4}-\dfrac{3x+2}{3}\le 1-\dfrac{x+1}{12}\Longrightarrow \left[-\dfrac{19}{8},+\infty\right)$

b) $\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}\le 0\Longrightarrow [-2,-1]\cup(1,\infty)$

Problema 5 Calcular los siguientes límites:

a) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{4x^4+3x^2-1}{x^3+2}$

b) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{x^2+x-1}}{-x^2+2}$

c) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{5x^3+2x^2-x+1}{3x^3-x-1}$

d) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{5x^4-2x^2-1}}{-x^2-1}$

e) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{2x^2-x-1}{x^2+2}\right)^{x^2-1}$

f) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\left(\frac{2x+1}{2x}\right)^{x-2}$

Solución:

a) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{4x^4+3x^2-1}{x^3+2}=\infty$

b) $\displaystyle\lim_{x\longrightarrow\infty}\frac{\sqrt{x^2+x-1}}{-x^2+2}=0$

c) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{5x^3+2x^2-x+1}{3x^3-x-1} = \dfrac{5}{3}$

d) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \dfrac{\sqrt{5x^4-2x^2-1}}{-x^2-1} = -\sqrt{5}$

e) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x^2-x-1}{x^2+2}\right)^{x^2-1} = \infty$

f) $\lim\limits_{x\longrightarrow\infty} \left(\dfrac{2x+1}{2x}\right)^{x-2} = e^{1/2}$