Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Mayo 2006

Problema 1 De una hipérbola se conoce su eje principal que vale 10 y tiene una excentricidad $e = 1,4$. Encontrar sus focos, su ecuación general, sus asíntotas y su dibujo aproximado.

Solución:

$$a = 5, \quad c = 7, \quad b^2 = 24, \quad b = \sqrt{24}$$

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{24} = 1 \Longrightarrow 24x^2 + 25y^2 = 600$$

$$y = \frac{\sqrt{24}}{5}x, \quad y = -\frac{\sqrt{24}}{5}x$$

Problema 2 Encontrar el lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$, que cumplen que, la distancia de ellos a la recta $x-y-1 = 0$ y la distancia de ellos al punto $A(-1, 0)$, es siempre la misma. Identifica por definición de que figura geométrica se trata y encuentra una las rectas tangente y normal a ella en el punto $(-8, 1)$.

Solución:

$$\sqrt{(x+1)^2 + y^2} = \frac{x - y - 1}{\sqrt{2}} \Longrightarrow x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 2y + 1 = 0$$

Por definición sería una parábola.

$$\frac{dx}{dy} = -\frac{2x + 2y + 6}{2x + 2y - 2} \Longrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 1 = -\frac{1}{2}(x + 8) \text{ tangente}, \quad y - 1 = 2(x + 8) \text{ normal}$$

Problema 3 Dada una elipse de focos $(-3, 0)$ y $(3, 0)$ con una excentricidad $e = 3/5$, encontrar la ecuación de una circunferencia cuyo diámetro coincida con el eje mayor y su centro es el el punto en el que corta esta elipse y el eje de ordenadas (OY).

Solución:

$$e = \frac{c}{a} \Longrightarrow a = 5 \Longrightarrow b = 4$$

El centro será: $C(0, 4)$ y el radio $r = 5$

$$x^2 + y^2 - 8y - 9 = 0$$