

## Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Abril 2006

---

---

**Problema 1** Sean  $A(-1, -2)$ ,  $B(3, 1)$  y  $C(4, 6)$ , cuatro vértices consecutivos de un paralelogramo. Se pide:

1. Calcular el cuarto vértice  $D$ .
2. La longitud de sus lados.
3. Los ángulos que forman.
4. El centro.
5. Encontrar un vector de módulo 7 que sea perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$ .

**Solución:**

1.  $D = A + \overrightarrow{AD} = A + \overrightarrow{BC} = (-1, -2) + (1, 5) = (0, 3)$
2.  $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{16 + 9} = 5$ ,  $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$
3.  $\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AD}|} = \frac{19}{5\sqrt{26}} \implies \alpha = 41^\circ 49' 12''$ ,  $\beta = 138^\circ 10' 48''$
4. Centro  $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$
5.  $\overrightarrow{AB} = (4, 3) \implies (3, -4)$  es un vector perpendicular a él.

$\vec{v} = \frac{(3, -4)}{|(3, -4)|} = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$  tiene módulo 1 y es perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$ .

$\vec{w} = 7 \cdot \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{21}{5}, -\frac{28}{5}\right)$  tiene módulo 7 y es perpendicular a  $\overrightarrow{AB}$ ; otro podría ser  $\left(-\frac{21}{5}, \frac{28}{5}\right)$ .

**Problema 2** Calcular la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos  $A(1, 0)$ ,  $B(5, 1)$  y  $C(0, 3)$ .

**Solución:**

$$\begin{cases} 1 + m + p = 0 \\ 26 + 5m + n + p = 0 \\ 9 + 3n + p = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} m = -\frac{67}{13} \\ n = -\frac{57}{13} \\ p = \frac{54}{13} \end{cases}$$

La circunferencia será:  $13x^2 + 13y^2 - 67x - 57y + 54 = 0$ .

**Problema 3** Se pide:

1. Calcular la distancia del punto  $A(3, 7)$  a la recta  $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 + \lambda \end{cases}$
2. Calcular el ángulo que forman las rectas

$$r : \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2}, \quad s : 3x + y - 1 = 0$$

**Solución:**

1.  $r : x + y - 3 = 0$ ,  $d(A, r) = \frac{|3 + 7 - 3|}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$
2.  $r : 2x + y = 0$ ,  $s : 3x + y - 1 = 0$

$$\cos \alpha = \frac{6 + 1}{\sqrt{5}\sqrt{10}} = \frac{7}{\sqrt{50}} \implies \alpha = 8^\circ 7' 48''$$

**Problema 4** Dada la recta  $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2}$  encontrar los puntos de ella que distan 3 unidades del origen de coordenadas.

**Solución:**

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{2} \implies \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -2 + 2\lambda \end{cases}$$

La circunferencia de centro el origen y radio 3 es  $x^2 + y^2 = 9$ .

$$(3 + \lambda)^2 + (-2 + 2\lambda)^2 = 9 \implies \lambda = -2, \quad \lambda = \frac{12}{5}$$

Los puntos son  $(-1, 6)$  y  $\left(\frac{27}{5}, \frac{14}{5}\right)$