Examen de Matemáticas 4^o de ESO

Febrero 2011

Problema 1 Calcular

1. Reducir el ángulo 4113^o a un número de vueltas y su valor en la primera vuelta.
2. Pasar $\dfrac{3\pi}{7}$ de radianes a grados.
3. Pasar $31^o15'6''$ de grados a radianes.

Solución:

1. $4113^o = 11 \cdot 360^o + 153^o$
2. $\dfrac{3\pi}{7}$ radianes$= 77^o8'34''$
3. $31^o15'6'' = 0,1736\pi$ radianes

Problema 2 Deducir las razones trigonométricas de 30^o
Solución:

$$\sin 30^o = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^o = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 30^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Ver teoría.

Problema 3 Conociendo las razones trigonométricas de 30^o, 45^o y 60^o calcular las de 225^o y 120^o.
Solución

$$225^o = 180^o + 45^o$$

$$\sin 225^o = \sin 45^o = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 225^o = -\cos 45^o = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 225^o = -\tan 45^o = -1$$

$$120^o = 180^o - 60^o$$

$$\sin(120^o) = \sin 60^o = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos(120^o) = -\cos 60^o = -\frac{1}{2}$$

$$\tan(120^o) = -\tan 60^o = -\sqrt{3}$$

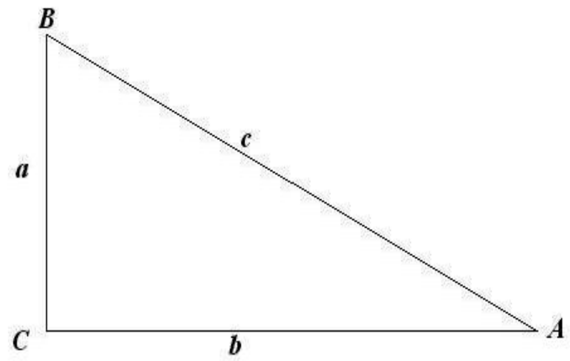
Problema 4 Sabiendo que $\tan\alpha = -2$ y que $\alpha\in$segundo cuadrante, calcular el resto de las razones trigonométricas.
Solución:

$$\tan\alpha = -2 \Longrightarrow \cot\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$1+\cot^2\alpha=\csc^2\alpha \Longrightarrow \csc\alpha=\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad \sin\alpha=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\tan^2\alpha+1=\sec^2\alpha \Longrightarrow \sec\alpha=-\sqrt{5}, \quad \cos\alpha=-\frac{1}{\sqrt{5}}$$

Problema 5 En un triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos $a = 4\,cm$ y $b = 7\,cm$. Calcular su hipotenusa y sus ángulos.



Solución:

$$\tan A=\frac{a}{b}=\frac{4}{7} \Longrightarrow A=29^{\circ}44'42''$$
$$\tan B=\frac{b}{a}=\frac{7}{4} \Longrightarrow B=60^{\circ}15'18''$$
$$C=90^{\circ}$$
$$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{16+49}=8,062\,cm$$

Problema 6 Calcular el área de un octógono regular de $10\,m$ de lado.

Solución:

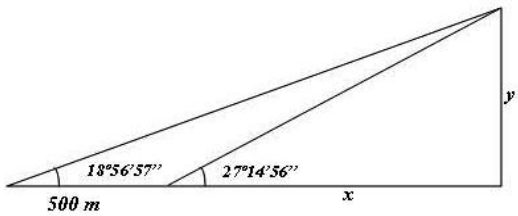
$\dfrac{360^{\circ}}{16}=22^{\circ}30' \Longrightarrow \tan 22^{\circ}30'=\dfrac{5}{h} \Longrightarrow h=12,071\,m$

$S=\dfrac{p\cdot h}{2}=\dfrac{10\cdot 8\cdot 12,071}{2}=482,843\,m^2$

donde p es el perímetro y h es la apotema.

Problema 7 En una excursión marítima alrededor de la isla de Mallorca, los alumnos/as: Ester, Lorenzo, María, Guillermo, Jennifer y Andrés, observaban con mucho interés que, a lo largo del litoral y cada 20 Km, aparecían unas torres de vigilancia. Su antigua misión era la de avisar mediante hogueras de la llegada de posibles enemigos o piratas. De esta manera se iluminaban todas ante el mínimo temor de asalto a la isla. Nos dirigíamos a una de ellas, La Torre de la Seca construida en 1584 y se encuentra en estado ruinoso.

En un principio la veíamos con un ángulo 18º 56' 57" y después de recorrer una distancia de 500 m hacia la torre la veíamos con un ángulo de 27º14'55". Hay que calcular la distancia que nos queda por recorrer para llegar a la base del pico donde se encuentra la torre y la altura a la que se encuentra ésta.
Solución:



$$\left\{\begin{array}{l} \tan 18^{\circ}56'57'' = \frac{y}{x+500} \\ \\ \tan 27^{\circ}14'55'' = \frac{y}{x} \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 998,062\,\mathrm{m} \\ \\ y = 514,002\,\mathrm{m} \end{array}\right.$$