

Examen de Matemáticas 1º Bachillerato (CN)

Marzo 2006

Problema 1 Dadas la curva: $y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$, calcule:

1. Corte con los ejes y dominio de definición.
2. Simetría.
3. Asíntotas.
4. Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
5. Extremos.
6. Curvatura y puntos de Inflexión.
7. Representación aproximada.

Solución:

1.

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 2}$$

- Corte con el eje OX hacemos $y = 0$ y no hay.
- Corte con el eje OY hacemos $x = 0 \implies (0, -1/2)$.
- $Dom(f) = R - \{2\}$

2. Asíntotas:

- **Verticales:** $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 1}{x - 2} = \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 1}{x - 2} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 1}{x - 2} = +\infty$$

- **Horizontales:** No hay

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x - 2} = \infty$$

- **Oblicuas:** $y = mx + n$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 2} - x \right) = 2$$

$$y = x + 2$$

3.

$$y' = \frac{x^2 - 4x - 1}{(x - 2)^2} = 0 \implies x = 2 - \sqrt{5} \quad x = 2 + \sqrt{5}$$

	$(-\infty, 2 - \sqrt{5})$	$(2 - \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5})$	$(2 + \sqrt{5}, +\infty)$
y'	+	-	+
y	crece	decrece	crece

4. La función tiene un máximos en el punto $(-0.23, -0.47)$ y un mínimo en $(4.23, 8.47)$.

5.

$$y'' = \frac{10}{(x - 2)^3} \neq 0$$

La función no tiene puntos de inflexión.

	$(-\infty, 2)$	$(2, +\infty)$
y''	-	+
y	convexa	cóncava

6. Representación

