Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Noviembre 2005

Problema 1 Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

1. $3 \cdot 2^{2x-1} - 2^{x+1} - 2 = 0$
2. $3^{x+2} - 3^{x+1} - 1 = 0$

Solución:

1. $3 \cdot 2^{2x-1} - 2^{x+1} - 2 = 0 \Longrightarrow x = 1$
2. $3^{x+2} - 3^{x+1} - 1 = 0 \Longrightarrow x = x = -1,630929753$

Problema 2 Resolver las ecuaciones:

1. $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 2$
2. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = 1$
3. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} = 1$

Solución:

1. $\sqrt{x-1} - \sqrt{x+1} = 2 \Longrightarrow$ sin solución
2. $\sqrt{x+3} - \sqrt{x+2} = 1 \Longrightarrow x = -2$
3. $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+3} = 1 \Longrightarrow x = 10,29150262$

Problema 3 Encontrar el valor máximo y mínimo que toma la función $z(x,y) = 2x^2 - y^2 - 3$ dentro del recinto (región factible)

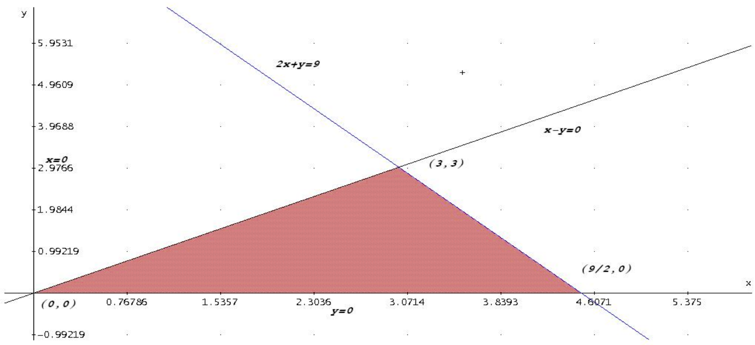
$$\left\{\begin{array}{l} 2x + y < 9 \\ x - y > 0 \\ x > 0,\ y > 0 \end{array}\right.$$

Solución:

$$\left\{\begin{array}{l} z(0,0) = -3 \\ z(3,3) = 6 \\ z\left(\frac{9}{2},0\right) = \frac{75}{2} = 37.5 \end{array}\right.$$

Luego el máximo se alcanza en el punto $\left(\frac{9}{2},0\right)$ con un resultado de 37,5. El mínimo se alcanza en el punto $(0,0)$ con -3.

Observar el dibujo:



Problema 4 Resolver las ecuaciones polinómicas siguientes:

1. $\dfrac{x+1}{x^2+2x-3} - \dfrac{x}{x+3} = 1 - \dfrac{1}{1-x}$

2. $\dfrac{x-3}{x^2-x-2} - \dfrac{1}{2-x} = 2 - \dfrac{1}{1+x}$

Solución:

1. $\dfrac{x+1}{x^2+2x-3} - \dfrac{x}{x+3} = 1 - \dfrac{1}{1-x} \Longrightarrow x = \dfrac{1}{2}, \;\; x = -1$

2. $\dfrac{x-3}{x^2-x-2} - \dfrac{1}{2-x} = 2 - \dfrac{1}{1+x} \Longrightarrow \; x = 0, \; x = \dfrac{5}{2}$

Problema 5 Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

1. $y = (x^2 - x + 1)^{10}$

2. $y = x^3 \ln x$

3. $y = \ln\left(\frac{x^2+2}{x-1}\right)$

4. $y = e^{x^2+1}$

5. $y = 3^{5x-1}$

6. $y = \log_5(x^2+1)$

7. $y = (x^2+1)^{\ln(2x)}$

8. $y = \frac{x^2-3x-1}{x+2}$

Solución:

1. $y = (x^2 - x + 1)^{10} \Longrightarrow y' = 10(2x-1)(x^2-x+1)^9$

2. $y = x^3 \ln x \Longrightarrow y' = 2x^2 \ln x + x^2$

3. $y = \ln\left(\frac{x^2+2}{x-1}\right) \Longrightarrow y' = \frac{2x}{x^2+2} - \frac{1}{x-1}$

4. $y = e^{x^2+1} \Longrightarrow y' = 2xe^{x^2+1}$

5. $y = 3^{5x-1} \Longrightarrow y' = 5 \cdot 3^{5x-1} \ln 3$

6. $y = \log_5(x^2+1) \Longrightarrow y' = \frac{2x}{(x^2+1)\ln 5}$

7. $y = (x^2+1)^{\ln(2x)} \Longrightarrow y' = (x^2+1)^{\ln(2x)}\left(\frac{\ln(x^2+1)}{x} + \frac{2x\ln(2x)}{x^2+1}\right)$

8. $y = \frac{x^2-3x-1}{x+2} \Longrightarrow y' = \frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$

Problema 6 Calcular las rectas tangente y normal a la función $f(x) = \dfrac{x^2-x+1}{x+1}$ en el punto de abcisa $x = 0$.

Solución:

$$a = 0, \;\; f(a) = f(0) = 1$$

$$f'(x) = \frac{x^2+2x-2}{(x+1)^2} \Longrightarrow m = f'(0) = -2$$

Recta Tangente: $y - 1 = -2(x - 0) \Longrightarrow\Longrightarrow 2x + y - 1 = 0$

Recta Normal: $y - 1 = \frac{1}{2}(x - 0) \Longrightarrow x - 2y + 2 = 0$