# Examen de Probabilidad

**Problema 1** Después de hacer un estudio detallado, sobre el juego de la jugadora Venus Williams, hemos llegado a la conclusión de que en un partido normal la cuarta parte de las pelotas que devuelve las pega de revés. Si tenemos en cuenta que, cuando las pega de revés falla 2 de cada 5, y que si las pega a derechas falla 1 de cada 6, se pide:

1. Probabilidad de que Venus falle
2. Si Venus ha fallado un golpe, probabilidad de que la haya dado de revés.

**Solución:**

1.
$$P(F) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} = 0,225$$

2.
$$P(R|F) = \frac{P(F|R)P(R)}{P(F)} = \frac{2/5 \cdot 1/4}{0,225} = 0,444$$

**Problema 2** En una tienda de fotografía están comprobando la eficacia de una máquina reveladora. LLegan a la conclusión de que cada diez fotografías una de ellas sale mal. Si se imprimen 20 fotografías

1. Calcular la probabilidad de no salga ninguna mal.
2. Probabilidad de que salgan todas mal.
3. Probabilidad de que salgan menos de tres mal.
4. Probabilidad de que salgan más de tres mal.
5. ¿Cuántas saldrían mal?, en esta apreciación precisar en cuántas te podrías equivocar.

**Solución:**

$$p = 0,1, \quad q = 1 - p = 0,9, \quad n = 20$$

1.
$$P(X = 0) = \left( \begin{array}{c} 20 \\ 0 \end{array} \right) 0,1^0 \cdot 0,9^20 = 0,1215766545$$

2.

$$P(X=20) = \left( \begin{array}{c} 20 \\ 20 \end{array} \right) 0,1^20 \cdot 0,9^0 = 10^{-20}$$

3.

$$P(X<3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,1215766545+$$

$$+ \left( \begin{array}{c} 20 \\ 1 \end{array} \right) 0,1^1 \cdot 0,9^{19} + \left( \begin{array}{c} 20 \\ 2 \end{array} \right) 0,1^2 \cdot 0,9^{18} =$$

$$0,1215766545 + 0,2701703435 + 0,2851798070 = 0,6769268050$$

4.

$$P(X>3) = 1 - P(X \le 3) = 1 - (P(X<3) + P(X=3)) =$$

$$1 - (0,6769268050 + \left( \begin{array}{c} 20 \\ 3 \end{array} \right) 0,1^3 \cdot 0,9^{17}) =$$

$$1 - (0,6769268050 + 0,1901198713) = 0,1329533236$$

5.

$$\mu = np = 20 \cdot 0,1 = 2, \;\; Var(X) = npq = 20 \cdot 0,1 \cdot 0,9 = 1,8 \Longrightarrow$$

$$\sigma = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{1,8} = 1,342$$

**Problema 3** Una cierta instalación de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es $0,95$ y de que se active el segundo es $0,90$.

1. Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active sólo uno de los indicadores.

2. Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active al menos uno de los indicadores.

**Solución:**
LLamamos $A = \{\text{se enciende el indicador } 1^o\}, \;\; P(A) = 0,95, \;\; P(\overline{A}) = 0,05$
LLamamos $B = \{\text{se enciende el indicador } 2^o\}, \;\; P(B) = 0,90, \;\; P(\overline{B}) = 0,10$

1. $P(\text{se enciende uno sólo}) = P(A \cap \overline{B}) + P(B \cap \overline{A}) = 0,95 \cdot 0,10 + 0,05 \cdot 0,90 = 0,14$

2. $P(\text{al menos uno}) = 1 - P(\text{ninguno}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0,05 \cdot 0,10 = 0,995$

**Problema 4** Se quiere estimar si existe relación entre la altura de ciertos árboles y la altitud a la que se encuentran. Tenemos la siguiente tabla:

| altura | 2,00 | 1,50 | 1,25 | 1,00 | 0,75 |
|---|---|---|---|---|---|
| altitud | 2000 | 2150 | 2300 | 2450 | 2600 |

Consideramos $X$ la variable altura e $Y$ la variable altitud, ambas medidas en $m$.

Calcular la reta de regresión de $Y$ sobre $X$, y precisar que si uno de estos tipos de árbol mide $0,65m$ a que altitud presumiblemente se encuentra.
**Solución:**

$$Y = -486,5X + 2934 \Longrightarrow Y = -486,5 \cdot 0,65 + 2934 = 2617,775$$