Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Marzo 2005 (Recuperaciones)

Problema 1 Los puntos $A(1,0)$, $B(4,2)$ y $C(2,5)$, son los vértices de un triángulo. Calcular:

1. la longitud del lado $\overline{AB}$.
2. ecuación de la recta que pasa por los puntos B y C.
3. ecuación de la mediatriz del segmento $\overline{AB}$.

Solución:

1.

$$\overline{AB} = d(A,B) = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}$$

2.

$$\overrightarrow{BC} = (2,5)-(4,2) = (-2,3) \Longrightarrow$$

$$r:\left\{\begin{array}{l} x = 4-2\lambda \\ y = 2+3\lambda \end{array}\right. \Longrightarrow \lambda = \frac{x-4}{-2} = \frac{y-2}{3} \Longrightarrow 3x+2y-16=0$$

3.

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2+(y-2)^2} \Longrightarrow 6x+4y-19=0$$

Problema 2 Calcular

1. la distancia del punto $P(2,1)$ a la recta $3x-y+1=0$.
2. el ángulo formado por las rectas

$$r: 3x-y-1=0, \quad s: x+y+2=0$$

Solución:

1.

$$d(P,r) = \frac{|3\cdot 2-1\cdot 1+1|}{\sqrt{9+1}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = 1,89737$$

2.

$$\cos\alpha = \frac{3-1}{\sqrt{10}\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{20}} = 0,4472 \Longrightarrow \alpha = 63^{\circ}26'6''$$

Problema 3 Calcular la ecuación de una circunferencia que pase por los puntos $A(1,0)$, $B(2,2)$ y $C(0,1)$.

Solución:

$$x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$$

$$\left\{\begin{array}{lllr} 1+ & m & & p = 0 \\ 8+ & 2m & +2n+ & p = 0 \\ 1+ & & n+ & p = 0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{rr} m = & -\dfrac{7}{3} \\ \\ n = & -\dfrac{7}{3} \\ \\ p = & \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$$

$$x^2 + y^2 - \frac{7}{3}x - \frac{7}{3}y + \frac{4}{3} = 0 \Longrightarrow 3x^2 + 3y^2 - 7x - 7y + 4 = 0$$

Problema 4 Encontrar el lugar geométrico de los puntos $P(x,y)$, que equidistan de otro $F(0,3)$ y de la recta $d : 2x + 3 = 0$.

Solución:

$$d(P,F) = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}, \quad d(P,d) = \frac{2x+3}{2}$$

$$\sqrt{x^2 + (y-3)^2} = \frac{2x+3}{2} \Longrightarrow y^2 - 24y = 12x - 27$$

Problema 5 Calcular la ecuación de una elipse centrada en el origen de focos $F'(-3,0)$ y $F(3,0)$, con una excentricidad de $0,6$.

Solución:

$$c = 3, \;\; e = 0,6, \;\; e = \frac{c}{a} \Longrightarrow a = \frac{c}{e} = \frac{3}{0,6} = 5$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Longrightarrow b^2 = 25 - 9 = 16$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Longrightarrow 16x^2 + 25y^2 = 400$$