

Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Febrero 2005

Problema 1 Encontrar el centro y el radio de las posibles circunferencias:

1. $x^2 + y^2 - 10x + 8y - 4 = 0$
2. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 15 = 0$

Solución:

1. $m = -2a = -10 \implies a = 5$
 $n = -2b = 8 \implies b = -4$
 $p = a^2 + b^2 - r^2 \implies r = \sqrt{45}$
2. $m = -2a = -2 \implies a = 1$
 $n = -2b = -2 \implies b = 1$
 $p = a^2 + b^2 - r^2 \implies r = \sqrt{-13}$. Luego no es una circunferencia.

Problema 2 Calcular la ecuación de una circunferencia que pase por los puntos $A(-1, 1)$, $B(2, 2)$ y $C(2, 0)$.

Solución:

$$\begin{cases} 2- & m+ & n+ & p = 0 \\ 8+ & 2m+ & 2n+ & p = 0 \\ 4+ & 2m+ & & p = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} m = -\frac{4}{3} \\ n = -2 \\ p = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Problema 3 calcular la ecuación de una elipse de centro $C(0, 0)$, cuyos focos son $F'(-4, 0)$ y $F(4, 0)$, y tiene una excentricidad de $0,8$.

Solución:

$$e = \frac{c}{a} \implies a = \frac{4}{0,8} = 5$$
$$a^2 = b^2 + c^2 \implies b^2 = a^2 - c^2 = 9$$
$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \implies 9x^2 + 25y^2 = 225$$

Problema 4 Calcular el lugar geométrico de los puntos $P(x, y)$ que cumplen que, la distancia de él al punto $A(1, 1)$ es igual a la distancia de él a la recta $x + 1 = 0$.

Solución:

$$d(P, A) = \sqrt{(x - 1)^2 + (y - 1)^2}$$

$$d(P, r) = x + 1$$

$$d(P, A) = d(P, r) \implies y^2 - 2y + 1 = 4x \implies x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{4}$$

Problema 5 Calcular las rectas tangente y normal a la curva

$$x^2 + y^2 - 4x - y + 3 = 0$$

en el punto $A(1, 1)$.

Solución:

$$2x dx + 2y dy - 4dx - dy = 0 \implies y' = \frac{dy}{dx} = -\frac{2x - 4}{2y - 1}$$

$$m = 2, \quad m' = -\frac{1}{2}$$

La recta tangente será: $y - 1 = 2(x - 1)$

La recta normal será: $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 1)$