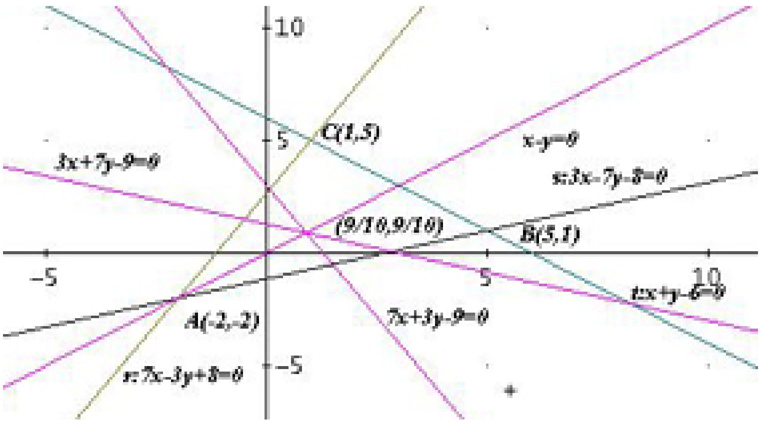
Examen de Matemáticas 1º de Bachillerato

Enero 2005

Problema 1 sean $A(-2,-2)$, $B(5,1)$ y $C(1,5)$ los vértices de un triángulo, se pide:

1. Las ecuaciones de las rectas que unen sus lados.
2. La longitud de sus lados.
3. Las ecuaciones de sus mediatrices.
4. El circuncentro.

Solución:



1.

$$r : \begin{cases} \overrightarrow{u_r} = (3,7) \\ P_r(1,5) \end{cases} \Longrightarrow r : 7x - 3y + 8 = 0$$

$$s : \begin{cases} \overrightarrow{u_s} = (7,3) \\ P_s(5,1) \end{cases} \Longrightarrow s : 3x - 7y - 8 = 0$$

$$t : \begin{cases} \overrightarrow{u_t} = (-4,4) \\ P_r(5,1) \end{cases} \Longrightarrow t : x + y - 6 = 0$$

2. $|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$
$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{49+9} = \sqrt{58}$
$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$

3. La mediatriz del segmento $\overline{AC}$ es:

$$\sqrt{(x+2)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-1)^2+(y-5)^2}\Longrightarrow 3x+7y-9=0$$

La mediatriz del segmento $\overline{AB}$ es:

$$\sqrt{(x+2)^2+(y+2)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(y-1)^2}\Longrightarrow 7x+3y-9=0$$

La mediatriz del segmento $\overline{BC}$ es:

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-5)^2}=\sqrt{(x-5)^2+(y-1)^2}\Longrightarrow x-y=0$$

4. El circuncentro será la solución del sistema

$$\left\{\begin{array}{rrr} 3x+ & 7y & -9=0 \\ x- & y & =0 \end{array}\right. \Longrightarrow \left(\frac{9}{10},\frac{9}{10}\right)$$

Problema 2 Calcular el ángulo que forman las rectas

a) $r:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{3},\quad s:2x+y-1=0$

b) $r:\left\{\begin{array}{l} x=1-\lambda \\ y=2+\lambda \end{array}\right.\quad s:3x+y+1=0$

Solución:

a) $r:3x+2y-1=0,\ s:2x+y-1=0$

$$\cos\alpha=\frac{6+2}{\sqrt{65}}=0,992277\Longrightarrow\alpha=7^o7'32''$$

b) $r:x+y-3=0,\ s:3x+y+1=0$

$$\cos\alpha=\frac{3+1}{\sqrt{20}}=0,894427\Longrightarrow\alpha=26^o33'54''$$

Problema 3 Calcular la distancia del punto $A(3,-1)$ a las rectas:

a) $r:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}$

b) $r:\left\{\begin{array}{l} x=1-\lambda \\ y=2\lambda \end{array}\right.$

c) $r:2x+3y-3=0$

Solución:

a) $r: 2x-3y-8=0$

$$d(A,r)=\frac{|2\cdot 3-3\cdot(-1)-8|}{\sqrt{4+9}}=\frac{1}{\sqrt{13}}$$

b) $r: 2x+y-2=0$

$$d(A,r)=\frac{|2\cdot 3+1\cdot(-1)-2|}{\sqrt{4+1}}=\frac{3}{\sqrt{5}}$$

c) $r: 2x+3y-3=0$

$$d(A,r)=\frac{|2\cdot 3+3\cdot(-1)-3|}{\sqrt{4+9}}=0$$

Problema 4 Expresa de todas las maneras que conozcas la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(1,0)$ y $B(4,5)$, calcula después el ángulo que forma con el eje de abcisas.

Solución:

Sea $\overrightarrow{AB}=(4,5)-(1,0)=(3,5)$ tendremos:

- $r:(x,y)=(1,0)+\lambda(3,5)$ ecuación vectorial
- ecuación paramétrica

$$r:\left\{\begin{array}{rr} x= & 1+3\lambda\\ y= & 5\lambda \end{array}\right.$$

- Ecuación continua

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y}{5}$$

- $5x-3y-5=0$ ecuación general.
- $y=\frac{5}{3}x-\frac{5}{3}$ ecuación explícita.
- $y=\frac{5}{3}(x-1)$ ecuación punto pendiente.

$$m=\tan\alpha=\frac{5}{3}\Longrightarrow \alpha=59^{o}2'11''$$