

Examen de Estadística

Problema 1 Un jugador de baloncesto encesta una canasta de cada tres lanzamientos. En un partido la defensa contraria sólo le permite lanzar diez veces, se pide:

1. Probabilidad de que consiga cuatro canastas.
2. Probabilidad de que enceste menos de tres canastas.
3. Probabilidad de consiga alguna canasta.
4. Calcular el número de canastas que, presumiblemente, obtendrá.

Solución:

$$p = \frac{1}{3}, \quad q = \frac{2}{3}, \quad n = 10$$

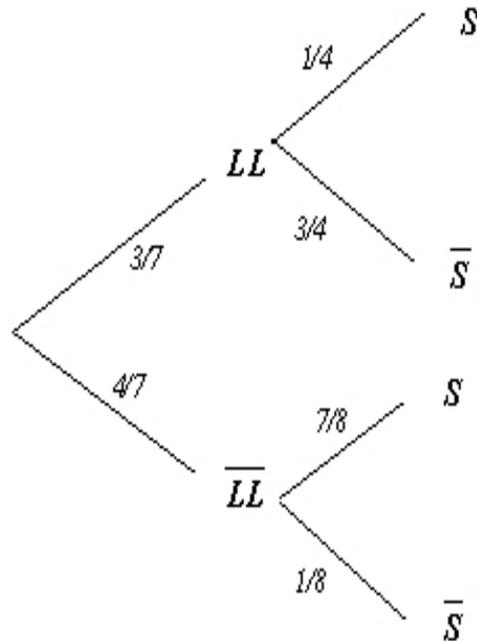
1. $P(X = 4) = \binom{10}{4} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = 0,228$
2. $P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$
 $\binom{10}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{10} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^9 + \binom{10}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 =$
 $= 0,299$
3. $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 0,999$
4. $E[X] = \mu = n \cdot p = 3,333$

Problema 2 Ante una próxima excursión del colegio, se consulta al servicio meteorológico y nos dice que ese día lloverá con una probabilidad de $3/7$. El colegio decide que si llueve poco si se puede salir de excursión, y esto ocurre con una de cada cuatro veces; también ocurre que aunque no llueva la excursión se tenga que suspender por otras causas, y esto ocurre una de cada ocho veces. Se pide:

1. Calcular la probabilidad de no salir de excursión.
2. Si se sale de excursión, calcular la probabilidad de que ese día esté lloviendo.

Solución:

$$1. P(\bar{S}) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{8} = 0,393$$



$$2. P(LL|S) = \frac{P(S|LL) \cdot P(LL)}{P(S)} = \frac{1/4 \cdot 3/7}{1 - 0,393} = 0,176$$

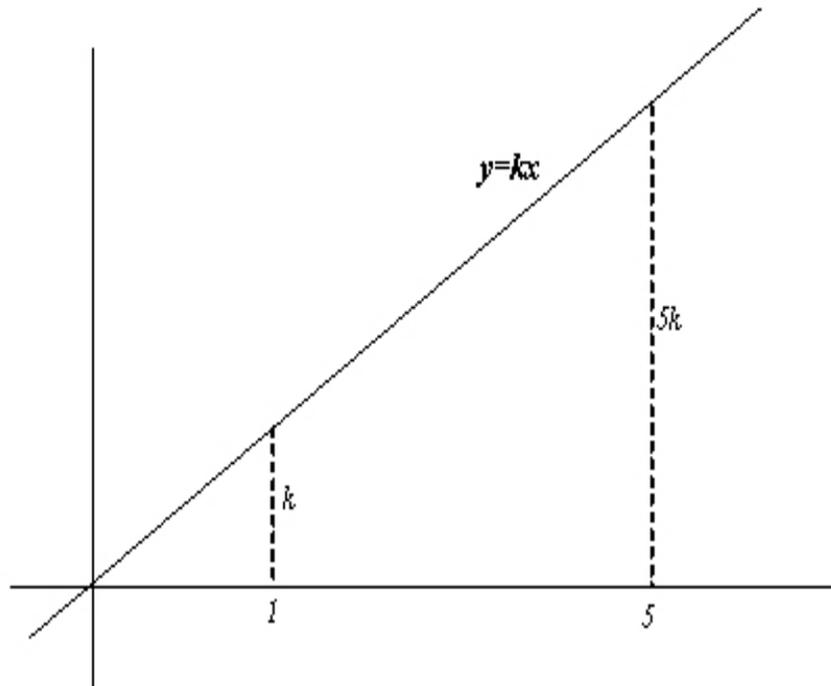
Problema 3 Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } x \in [1, 5] \\ 0 & \text{si } x \notin [1, 5] \end{cases}$$

1. Calcular k de manera que $f(x)$ sea una función de densidad.
2. Calcular $P(X > 3)$.
3. Calcular $P(2 < X < 3)$.
4. Calcular $P(-1 < X < 2)$.
5. Calcular la función de distribución asociada a esta función.

Solución:

$$1. S_5 - S_1 = 1 \implies \frac{25k}{2} - \frac{k}{2} = 1 \implies k = \frac{1}{12}$$



$$2. P(X > 3) = P(3 < X < 5) = \frac{25/12}{2} - \frac{9/12}{2} = 0,667$$

$$3. P(2 < X < 3) = \frac{9/12}{2} - \frac{4/12}{2} = 0,208$$

$$4. P(-1 < X < 2) = P(1 < X < 2) = \frac{4/12}{2} - \frac{1/12}{2} = 0,125$$

$$5. P(1 < X < x) = \frac{x^2}{24} - \frac{1}{24} = \frac{x^2 - 1}{24}$$

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2 - 1}{24} & \text{si } 1 \leq x \leq 5 \\ 1 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$